

Document GTPS N°11C
Edition de mars 2011

Méthode Statistique de BRUCETON

Recommandation pour obtenir et
assurer la fiabilité des produits
pyrotechniques en conception

Document rédigé par la commission « Fiabilité »

TABLE DES MATIERES :

A. GENERALITES	3
A.1 OBJET	3
A.2 REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	3
A.2.1 DOCUMENTS DE REFERENCE	3
A.2.2 AUTRES DOCUMENTS	4
A.3 TERMINOLOGIE SPECIFIQUE	4
B. PREMIERE PARTIE : RECOMMANDATION POUR OBTENIR ET ASSURER LA FIABILITE DES PRODUITS PYROTECHNIQUES EN CONCEPTION	5
B.1 DOMAINE D'APPLICATION	5
B.2 METHODOLOGIE PAR PHASE.....	5
B.2.1 REGLES GENERALES	5
B.2.2 FAISABILITE.....	6
B.2.3 AVANT-PROJET.....	7
B.2.4 DEVELOPPEMENT	8
B.3 PRESENTATION DES METHODES STATISTIQUES UTILISEES	10
B.3.1 OBJET DES METHODES.....	10
B.3.2 CONDITIONS DE MISE EN ŒUVRE DES METHODES	10
B.4 COMPARAISON DES METHODES D'EVALUATION DE LA FIABILITE DES PRODUITS PYROTECHNIQUES	13
C. SECONDE PARTIE : MISE EN ŒUVRE DE LA METHODE DE BRUCETON.....	14
C.1 CONVENTIONS DE NOTATION.....	14
C.2 PRINCIPE GENERAL DE LA METHODE.....	14
C.2.1 CONDITIONS PARTICULIERES : CHOIX DES PARAMETRES DU TEST	15
C.2.2 REALISATION DE LA SEQUENCE D'ESSAIS	15
C.2.3 EXPLOITATION DES ESSAIS	18
C.3 RECOMMANDATION SUR L'EMPLOI DE LA METHODE.....	24
D. EXEMPLES D'APPLICATION	25
D.1 CAS D'UN BRUCETON REUSSI	25
D.1.1 CAS TRAITÉ.....	25
D.1.2 REALISATION DES ESSAIS.....	25
D.1.3 EXPLOITATION DES RESULTATS D'ESSAIS.....	27
D.2 CAS D'UN BRUCETON REUSSI AVEC REAJUSTEMENT DE PAS	28
D.2.1 REALISATION DES ESSAIS.....	28
D.2.2 EXPLOITATION DES RESULTATS D'ESSAIS.....	29
D.3 CAS D'UN BRUCETON DISPERSÉ (NON EXPLOITABLE).....	30
E. CONCLUSION.....	31
ANNEXE 1 : VERIFICATION DE LA REPRESENTATIVITE DES ECHANTILLONS TESTES	33
ANNEXE 2 : ABAQUE $\Phi_e(U, \theta)$	34
ANNEXE 3 : TABLE DE LA LOI NORMALE CENTREE REDUITE	35
ANNEXE 4 : TABLE DE LA LOI DE KHI-DEUX DE PEARSON	36
ANNEXE 5 : SYNTHÈSE RECAPITULATIVE	37
ANNEXE 6 : BIBLIOGRAPHIE SUR LA METHODE BRUCETON.....	39

GTPS N°11C

A. GENERALITES

A.1 OBJET

La première partie de cette recommandation est établie à usage des concepteurs pour obtenir et assurer la fiabilité des produits pyrotechniques. Elle devrait constituer une base de dialogue dans les relations client - fournisseur, dès lors que le contrat, qui les lie, requiert des exigences de fiabilité. Elle expose :

- La nature des phases de conception,
- Les dispositions d'obtention de la fiabilité pour chacune de ces phases,
- Une présentation des différentes méthodes statistiques à la disposition du concepteur :
 - méthodes adaptées à chacune des phases de la conception,
 - avantages et inconvénients de chacune des méthodes explicitées.

La seconde partie de cette recommandation présente la procédure de mise en œuvre de la méthode statistique de Bruceton. Cette méthode permet d'évaluer une probabilité de succès ou d'échec, lors du fonctionnement d'un dispositif monocoup (produit pyrotechnique), à partir d'un nombre limité d'essais.

A.2 REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

A.2.1 DOCUMENTS DE REFERENCE

GTPS

1. Dictionnaire de pyrotechnie,
2. N° 11A : Méthode statistique Probit,
3. N° 11B : Méthode statistique One-Shot,
4. N° 11F : Méthode des essais durcis.

AFNOR

5. Recueil de normes françaises AFNOR – Statistique Tome 1, éd. 7, 2008 : Vocabulaire, estimation et tests statistiques,
6. Groupe fiabilité (éd. 1, 1981) : Guide d'évaluation de fiabilité en mécanique par l'A.F.C.I.Q,
7. NFX 06-021 (01/10/1991) : Principes du contrôle statistique de lots - application de la statistique,
8. NFX 06-050 (01/12/1995) : Etude de la normalité d'une distribution - application de la statistique,
9. NFX 07-009, NF EN ISO 10012 (01/09/2003) : Système de management de la mesure – exigences pour les processus et les équipements de mesure,
10. NFX 50-130, NF EN ISO 9000 (01/10/2005) : Principes essentiels et vocabulaire - Systèmes de management de la qualité,
11. FD X50-127 (01/04/2002) : Maîtrise du processus de conception et développement - Outils de management,
12. NFX 60-500 (Octobre 1988) : Terminologie relative à la fiabilité, maintenabilité, disponibilité,

A.2.2 AUTRES DOCUMENTS

13. BNAe - RE Aéro 703.05, Mars 2000 : Guide pour la maîtrise de la fiabilité,
14. ARMP 1, 08/2008 : Exigences OTAN en matière de fiabilité et maintenabilité
15. IEC 60812, CEI 60812 (2006-01-01) : Procédure d'analyse des modes de défaillance et de leurs effets (AMDE) - Techniques d'analyse de la fiabilité du système
16. IEC 61025, CEI 61025 (2006-12-01) : Analyse par arbre de panne (AAP)

La bibliographie ayant servi en tout ou partie à l'établissement de cette recommandation se trouve en annexe 6.

La méthode Bruceton préconisée se restreint à la méthode dite « Saubade », détaillée dans les documents N°32, 33, 34 et 35, seule méthode pour laquelle une justification mathématique existe aujourd'hui pour les faibles échantillons.

A.3 TERMINOLOGIE SPECIFIQUE

Afin de permettre une application sans équivoque de la présente recommandation, il a été jugé nécessaire de préciser les notions suivantes :

- **Conception** : activité créatrice qui, partant des besoins exprimés et des connaissances existantes, aboutit à la définition d'un produit satisfaisant ces besoins et industriellement réalisable,
- **Produit** : terme englobant tout article issu d'opération de production ou toute prestation de service telle que les productions matérielles (matières premières, produits semi-ouvrés ou finis, ingrédients, pièces, composants, équipements matériels, systèmes, ...),
- Un **paramètre fonctionnel** est une grandeur physique quantifiable, associée au produit, dont la valeur intervient sur les critères de succès - échec lors de leur mise en œuvre,
- Le **critère de succès** ou **d'échec** est le moyen de caractériser la réponse du produit à la sollicitation,
- Le **seuil de fonctionnement** d'un produit est défini comme étant la valeur du paramètre fonctionnel pour laquelle la probabilité de succès est égale à la fiabilité **R**.

B. PREMIERE PARTIE : RECOMMANDATION POUR OBTENIR ET ASSURER LA FIABILITE DES PRODUITS PYROTECHNIQUES EN CONCEPTION

B.1 DOMAINE D'APPLICATION

Ce document s'adresse à tout industriel concepteur devant répondre à un besoin formalisé sous forme de spécifications quantifiées de fiabilité d'un produit pyrotechnique. Il couvre :

- Les activités de conception comprenant, conformément à la norme NFX 50-130 réf. [10], les phases de faisabilité, d'avant projet et de développement, au cours desquelles la fiabilité est prise en compte pour aboutir à un produit pouvant être industrialisé au meilleur coût,
- Les activités de conception à caractère permanent qui permettent d'améliorer la fiabilité d'un produit donné.

Il s'applique aux produits mettant en œuvre les substances pyrotechniques définies dans le document cité alinéa 1 au § A.2.1 (produits monocoup).

B.2 METHODOLOGIE PAR PHASE

B.2.1 REGLES GENERALES

1. Déterminer les objectifs à atteindre en termes de performances, caractéristiques, coûts et délais,
2. Insérer et gérer la fiabilité au cours des phases de conception du projet,
3. Disposer d'une structure de concertation systématique entre les parties concernées,
4. S'assurer de la cohérence des objectifs avec :
 - Les actions envisagées,
 - Les résultats obtenus,
5. S'assurer de l'adéquation entre les moyens techniques et humains mis en œuvre et le produit à concevoir.

A ces règles sont associées un certain nombre de tâches telles que tâches de management, de calcul, d'analyse ou d'essai. Elles résultent en particulier des itérations nécessaires entre le dimensionnement du produit et sa fiabilité qui s'expriment en termes de marges et de coefficients de dimensionnement.

B.2.2 FAISABILITE

B.2.2.1 OBJECTIF

Cette phase a pour objet de montrer dans quelle mesure il peut être répondu aux besoins exprimés en précisant les concepts, les voies technologiques et les architectures possibles. Les besoins sont exprimés généralement en termes de mission à remplir, d'indications sur l'environnement opérationnel (profil d'emploi et conditions d'environnement associées) et d'objectifs de fiabilité.

Elle doit concourir à établir les exigences de fiabilité à inclure dans le cahier des charges fonctionnel (CdCF) et les éventuelles exigences de management de la fiabilité.

B.2.2.2 TACHES A ACCOMPLIR

Pour chacune des solutions technologiques proposées, les tâches à accomplir sont les suivantes :

- Analyse préliminaire des risques,
- Evaluation des risques par :
 - recherche bibliographique et/ou expérience acquise sur des produits similaires, particulièrement au niveau des anomalies ou incidents rencontrés ; recherche de banque de données en fiabilité,
 - calculs de simulation numérique permettant de comprendre qualitativement et quantitativement les phénomènes mis en jeu et de mettre en évidence certains points critiques de dimensionnement,
 - utilisation d'un plan d'expérience afin de cerner les paramètres influents, leur sensibilité sur les performances et l'interaction entre ces paramètres,
 - mise en œuvre d'une des méthodes préconisées dans le tableau du § B.4 pour obtenir une estimation de la moyenne sur certains paramètres en particulier,
- Bilan des points critiques mis en évidence pour chaque solution et comparaison des solutions, vis à vis des besoins exprimés.

A l'issue de cette phase, les éléments d'appréciation à caractère qualitatif devraient constituer les données d'entrée nécessaires au démarrage de la phase suivante. De ce fait, ils devraient être consignés dans le CdCF au chapitre d'exigences de fiabilité.

B.2.3 AVANT-PROJET

B.2.3.1 OBJECTIF

Cette phase a pour objet d'étudier les voies faisables identifiées précédemment afin de proposer celle qui pourra être développée.

Elle permet de préparer le dossier de définition préliminaire du produit à réaliser en accord avec les exigences de fiabilité du cahier des charges fonctionnel, établies lors de la phase précédente.

B.2.3.2 TACHES A ACCOMPLIR

Pour chaque solution considérée faisable :

- **Modélisation** : Construire le bloc-diagramme de fiabilité afin d'établir l'architecture du produit et d'identifier les interfaces concernées dans l'étude de fiabilité. Cette démarche permet de définir l'arborescence « produit » dont le niveau de décomposition s'arrête aux composants possédant des caractéristiques mesurables,
- **Allocation** : Répartir l'objectif global de fiabilité selon l'arborescence en allouant à chacun des composants et interfaces recensés un objectif prévisionnel de fiabilité : probabilité de réalisation de la fonction compte tenu du profil d'emploi et/ou de la durée de vie relatifs à chaque composant,
- **Analyse** : Procéder, pour chaque composant répertorié, à une analyse des modes de défaillance, de leurs effets et de leur criticité (AMDEC) afin de mettre en évidence les points jugés critiques en s'appuyant sur :
 - des bases de données existantes et/ou le retour d'expérience sur composants analogues,
 - éventuellement, et en fonction des produits développés, une expérimentation spécifique en appliquant la ou les méthodes préconisées dans le tableau du § B.4 afin, d'une part de confirmer la première évaluation de la moyenne m (Cf. § B.2.2.2), et, d'autre part, d'apporter une première estimation de l'écart type σ lié à la dispersion autour de la valeur moyenne,
- **Prévision** : Recomposer, dans le bloc diagramme de fiabilité, les évaluations partielles afin d'évaluer l'adéquation de la solution proposée au besoin,
- **Plan de validation** : Etablir un avant-projet de plan de développement - fiabilité du produit afin d'estimer en terme de coût et de délai les travaux techniques nécessaires pour mener à bien le développement du produit,
- **Choix** : En considérant toutes les solutions, choisir celle qui répond le mieux au besoin exprimé et qui sera développée dans la phase suivante, en justifiant l'abandon des solutions non retenues.

B.2.4 DEVELOPPEMENT

B.2.4.1 OBJECTIF

Cette phase a pour objet :

- D'établir le dossier de définition du produit répondant aux exigences de fiabilité exprimées dans la Spécification Technique de Besoin,
- De valider la conception en utilisant les résultats des études théoriques, des essais, de l'exploitation des faits techniques,
- De préparer les phases de production et d'utilisation en spécifiant les procédés qui seront nécessaires pour assurer la fiabilité au cours de ces deux phases.

B.2.4.2 TACHES A ACCOMPLIR

Pour la solution retenue :

- Procéder à l'étude prévisionnelle de fiabilité qui permet de :
 - reprendre et affiner le bloc diagramme de fiabilité précédemment établi,
 - optimiser les contraintes d'environnement appliquées à chaque composant,
 - éventuellement, revoir les allocations de fiabilité et renégocier les exigences de fiabilité,
- Identifier les événements redoutés par une analyse déductive au moyen d'un arbre de défaillance. L'analyse déductive est une analyse statistique qui ne prend pas en compte les aspects séquentiels des événements. Les limites inhérentes à la mise en œuvre des arbres de défaillance sont :
 - définir correctement l'événement redouté (origine de l'arbre),
 - définir des événements élémentaires,
 - s'assurer de l'indépendance des événements élémentaires recensés,
- Effectuer les analyses de défaillance, de leurs effets et de leur criticité pour chaque événement élémentaire recensé,
- Définir toutes les parades à mettre en place pour satisfaire les niveaux de fiabilité requis au moyen :
 - d'étude et d'essais jusqu'à la phase qualificative du produit (fiabilité en conception), en mettant en œuvre les méthodes préconisées dans le tableau du § B.4,
 - de procédures de fabrication et de recette (fiabilité en fabrication),
- Vérifier et évaluer a posteriori le niveau d'indépendance des événements,

GTPS N°11C

- Mettre en place les actions « long terme » destinées à s'assurer de la fiabilité tout au long de la durée de vie du produit. En particulier, définir le programme de vieillissement qui sera conduit afin de :
 - s'assurer du niveau de fiabilité supposé atteint,
 - évaluer le préavis nécessaire pour faire face à une défaillance long terme éventuelle,
 - alimenter les banques de données, notamment celles utilisées pour les analyses de fiabilité pendant le développement.

La politique de prélèvement associée devra être conforme au besoin opérationnel.

A la fin de la phase de développement, la conception du produit doit permettre d'atteindre les objectifs de fiabilité.

La phase de développement se concrétise par le dossier d'homologation, de qualification et/ou certification (dossier de définition et ses justificatifs, dossier d'industrialisation).

B.3 PRESENTATION DES METHODES STATISTIQUES UTILISEES

B.3.1 OBJET DES METHODES

Ces méthodes ont pour objet de :

- Caractériser la distribution des seuils de fonctionnement d'un produit par des tests de sensibilité (séquentiels ou simultanés),
- Vérifier la loi de répartition probabiliste adéquate de ces seuils de fonctionnement,
- Exploiter cette loi pour évaluer une probabilité de succès ou d'échec lors du fonctionnement du produit testé, pour un niveau de confiance donné.

B.3.2 CONDITIONS DE MISE EN ŒUVRE DES METHODES

B.3.2.1 DEFINITION DES SPECIMENS D'ESSAIS

La définition des spécimens d'essais doit prendre en compte les trois points suivants :

1. Définition nominale des spécimens testés :

- La définition nominale des spécimens testés est conforme à un Dossier de Définition et constitue un échantillon représentatif d'une population (Cf. annexe 1).
- Les spécimens d'essais peuvent être :
 - Un objet fonctionnel (ex : un inflammateur, le couple formé par une cisaille et le tirant à couper, etc.),
 - Une quantité définie d'un produit.

2. Définition de la population :

- Les spécimens d'essais appartiennent à une population clairement identifiée.
- On recommande d'utiliser un lot homogène fabriqué en respectant une même unité de temps, de lieu, de matière première, de méthodes et de personnes, et en tout état de cause, suivant des méthodes et des moyens définis (Cf. annexe 1).

3. Définition de l'échantillon prélevé :

Il est choisi dans la population suivant un plan d'échantillonnage défini par :

- Le type de test,
- Le schéma suivant lequel le prélèvement doit être effectué, afin d'assurer la validité des résultats d'essais,
- L'effectif de l'échantillon à tester. Il est fonction de la méthode utilisée, comme explicité dans le tableau du § B.4. Il est cependant recommandé de constituer une réserve de spécimens supplémentaires pour aléas,
- La relation entre les résultats des essais et les critères d'acceptation du test.

B.3.2.2 REPRODUCTIBILITE DES ESSAIS

La reproductibilité des essais doit prendre en compte les quatre points suivants :

1. Identification des montages d'essais :

- Montage consommable conforme à un Dossier de Définition,
- Montage réutilisable dont on vérifiera la conformité à un Dossier de Définition et la stabilité de ses caractéristiques fonctionnelles.

2. Identification des moyens d'essais :

- Conditions d'environnement (Cf. norme NFX 07-009 Réf. [9]),
- Sources d'énergie connexes,
- Équipements de mesure calibrés.

3. Maîtrise des sollicitations appliquées aux spécimens :

- L'incertitude des sollicitations appliquées doit être très inférieure à l'écart-type présumé de la population.

4. Maîtrise des conditions d'essais :

- Conditions d'environnement et d'essais stables durant une séquence d'essais,
- Représentativité des conditions et/ou spécimens d'essais par rapport à la configuration réelle (confinement, diamètre critique, échanges thermiques...),
- Moyens d'essais,
- Procédures,
- Personnel.

B.3.2.3 CONDITIONS PREALABLES

1. Choix du paramètre fonctionnel :

Il doit répondre aux critères suivants :

- Etre ajustable,
- Avoir un comportement connu et continu dans le domaine d'étude envisagé.

2. Choix du critère de succès/échec :

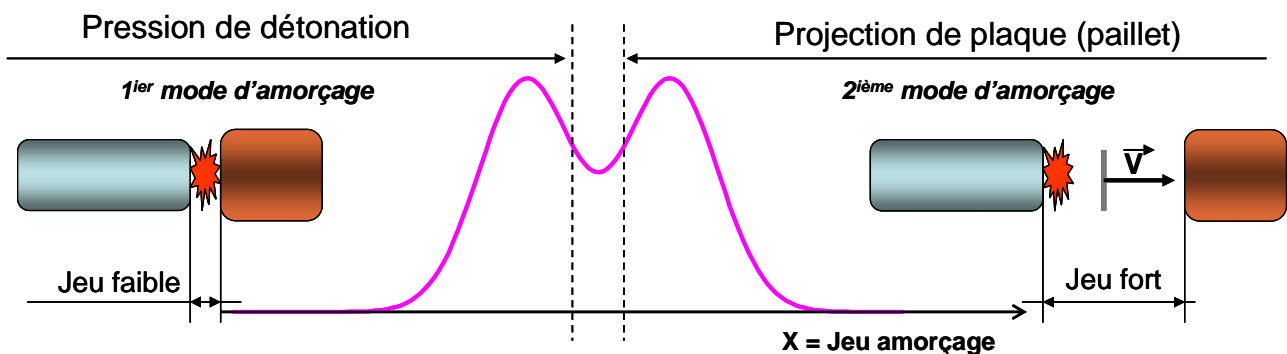
- Il doit être défini sans ambiguïté, après analyse de toutes les réponses possibles du produit étudié.
- Il est nécessaire de connaître le sens de variation de la probabilité de succès ou d'échec en fonction du sens de variation du paramètre fonctionnel choisi.

3. Hypothèses :

On suppose que :

- La résolution du paramètre fonctionnel, pour l'essai, doit être d'environ 10 fois inférieure à la première évaluation de l'estimateur de l'écart-type,
- Le seuil de fonctionnement du paramètre fonctionnel choisi est une variable aléatoire,
- La densité de probabilité de cette variable aléatoire suit une loi normale (1) ou log normale (2), dont le choix, a priori, tiendra compte de l'acquis.

(1) NOTA : Au sujet de l'hypothèse de normalité, il conviendra de s'assurer que le paramètre fonctionnel retenu est régi par **un seul et unique phénomène physique** dans le domaine d'essais. En effet, certain cas peuvent être régis par plusieurs phénomènes physiques qui conduisent à des lois multimodales comme, par exemple, le jeu d'amorçage en détonation d'un relais d'explosif par un détonateur :



(2) NOTA : Dans le cas d'une loi log-normale, il suffira d'effectuer un changement de variable pour ramener le cas étudié à une loi normale.

GTPS N°11C

B.4 COMPARAISON DES METHODES D'EVALUATION DE LA FIABILITE DES PRODUITS PYROTECHNIQUES

Le tableau 1 ci-dessous propose un inventaire des avantages et des inconvénients de chacune des méthodes statistiques.

Méthode	Nbre essais	Avantages	Inconvénients
Probit GTPS 11A (Cf. alinéa 2 du § A.2.1)	≥ 72	Test non séquentiel Possibilité d'adapter les niveaux en cours d'essais Le meilleur estimateur de l'écart type	Définir au minimum 5 niveaux Risque important d'échec de la méthode (estimé à 16%), même dans les conditions idéales du test
One-shot GTPS 11B (Cf. alinéa 3 du § A.2.1)	≥ 30	Tous les résultats d'essais sont exploitables Le choix de la valeur initiale du test ne joue pas sur la précision des résultats La convergence vers la moyenne est assurée et très rapide pour un faible échantillon testé : <ul style="list-style-type: none"> • éventuellement mal connue, • dont la loi de probabilité est unimodale 	Test séquentiel entraînant une gestion contraignante des épreuves avec des niveaux non connus à l'avance.
Bruceton GTPS 11C (Cf. seconde partie de ce document)	≥ 30	Donne accès aux estimateurs statistiques de la moyenne et de l'écart type, avec une bonne précision sur la moyenne	Test séquentiel entraînant une gestion contraignante des épreuves, mais avec un pas fixe Dépendance des résultats de la valeur du pas
Essais durcis GTPS 11F (Cf. alinéa 4 du § A.2.1)	≥ 1 ≤ 10	Permet de montrer des marges sur un produit par rapport à son niveau nominal de fonctionnement, avec moins de 10 essais. Démarche analytique prenant en compte le contenu des AMDEC dont elle est un outil complémentaire. Possibilité d'accepter un échec dans la réalisation du plan d'essais durcis, moyennant : <ul style="list-style-type: none"> • soit une évaluation dégradée de la fiabilité (par rapport à la valeur initiale visée) • soit une augmentation du nombre de spécimens testés 	Impose la connaissance des coefficients de variation des paramètres influents Dépendance étroite des résultats aux coefficients de variation associés aux paramètres dispersés Ne permet pas d'accéder à la loi de distribution du paramètre fonctionnel testé

Tableau 1

C. SECONDE PARTIE : MISE EN ŒUVRE DE LA METHODE DE BRUCETON

C.1 CONVENTIONS DE NOTATION

- . **d** = Pas entre deux niveaux d'essai (de rang i et $i+1$)
- . **F** = Loi normale centrée réduite
- . **F⁻¹** = Fonction inverse de la loi normale centrée réduite
- . **H** = Paramètre fonctionnel, variable dimensionnée (loi log-normale)
- . **i** = Indice du niveau d'essai, i est un entier positif ou nul ($0 \leq i \leq k$)
- . **k** = Nombre de niveaux d'essai exploité
- . **Log₁₀** = Logarithme décimal
- . **m** = Moyenne de la loi de distribution d'une population
- . **n_i** = Nombre d'essais effectués sur le niveau d'essai i
- . **N** = Nombre d'essais
- . **N_s** = Nombre d'essais dans la séquence fermée
- . **R** = Fiabilité à évaluer
- . **s** = Estimateur de l'écart-type de la loi de distribution d'une population
- . **X** = Paramètre fonctionnel, variable dimensionnée
- . \bar{X} = Estimateur de la moyenne de la loi de distribution d'une population
- . **X_F** = Seuil de fonctionnement à un niveau de fiabilité R
- . **X_i** = Niveau d'essais de rang i (niveaux d'exploitation des essais de ce paramètre)
- . **X_M** = Niveau d'essai maxi de la séquence fermée
- . **X_m** = Niveau d'essai mini de la séquence fermée
- . **X_{NF}** = Seuil de non-fonctionnement à un niveau de fiabilité R
- . **X_{nom}** = Niveau nominal du paramètre fonctionnel
- . **X_{réf}** = Niveau de référence associé à l'objectif de fiabilité
- . **ε** = Facteur de sens de variation du paramètre fonctionnel et de la probabilité de succès ($\varepsilon = +1$ ou -1)
- . **v** = Nombre de degrés de liberté
- . **σ** = Ecart-type de la loi de distribution d'une population
- . **χ²(v,α)** = Loi de Khi-deux – Test du Khi-Deux
- . **1 - α** = Niveau de confiance requis pour l'évaluation de la fiabilité

NOTA : Dans les schémas de la suite du document, on convient de représenter les échecs par des **O** et les succès par des **X**.

C.2 PRINCIPE GENERAL DE LA METHODE

Pour un lot donné de produits, et vis à vis du paramètre fonctionnel étudié, cette méthode permet d'évaluer les estimateurs de la moyenne et de l'écart-type de la loi de distribution des seuils de fonctionnement, avec un niveau de confiance donné.

Pour cela, on recourt à une séquence d'essais dont le niveau de sollicitation appliqué à chaque étape est fonction du résultat obtenu à l'étape précédente (démarche séquentielle).

C.2.1 CONDITIONS PARTICULIERES : CHOIX DES PARAMETRES DU TEST

Il est nécessaire :

- a) De connaître le type de loi de répartition de la distribution des seuils de fonctionnement X_F ou X_{NF} (fonction du paramètre fonctionnel X), la méthode ne permettant d'exploiter que les résultats dans le cas d'une loi normale (*).
- b) De disposer d'une première évaluation des estimateurs \bar{x} et s de la loi de probabilité du paramètre fonctionnel étudié, à partir de simulations numériques, de banques de données ou en utilisant une approche dichotomique de la méthode « One-Shot » (citée alinéa 3 du §A.2.1), permettant une première évaluation de ces estimateurs.
- c) De choisir le niveau de départ X_0 du test, proche de la valeur \bar{x} , afin de ne pas perdre trop d'essais pour converger vers les essais qui seront exploités (séquence fermée : Cf. §C.2.2).
- d) Choisir le pas d (écart constant entre deux niveaux d'essais) dont la valeur doit être proche de l'écart-type σ .
- e) Vérifier, avec la valeur de la première estimation de l'écart-type, que les deux conditions suivantes sur le pas sont satisfaites : $0,5 < d/s < 2$.

(*) **NOTA** : Dans le cas où le paramètre fonctionnel H retenu suit une loi log-normale, on réalise un changement de variable $X = \text{Log}_{10}(H)$, et on effectue le test sur la variable transformée X .

C.2.2 REALISATION DE LA SEQUENCE D'ESSAIS

Tous les niveaux des essais sont séparés deux à deux par un écart constant (le pas d).

On commence le premier essai au niveau X_0 (Cf. § C2.1).

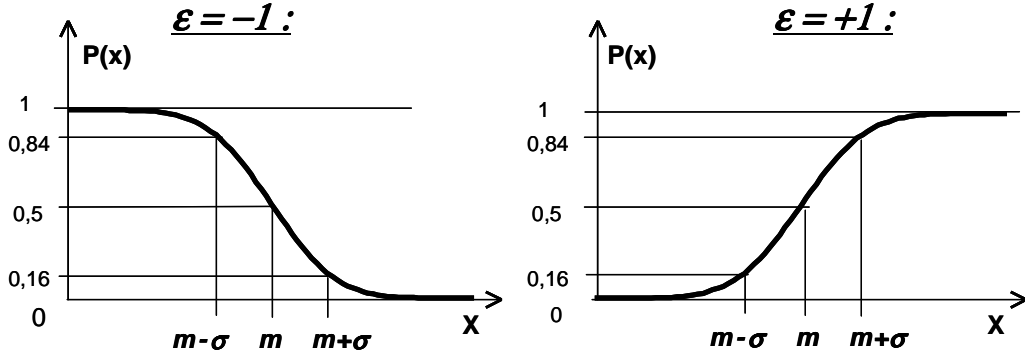
Ensuite, les niveaux d'essais successifs sont déterminés de la manière suivante :

- Si on observe un échec au rang i (niveau d'essai X_i), l'essai $i+1$ suivant s'effectue au niveau $X_{i+1} = X_i + \varepsilon d$,
- Si par contre on observe un succès au rang i (niveau X_i), l'essai $i+1$ suivant s'effectue au niveau $X_{i+1} = X_i - \varepsilon d$.

Avec $\varepsilon = +1$, si la probabilité de succès varie dans le même sens que le paramètre fonctionnel et $\varepsilon = -1$ dans le cas contraire (Voir graphique page suivante).

GTPS N°11C

Sens de variation de la probabilité de succès et du paramètre fonctionnel :



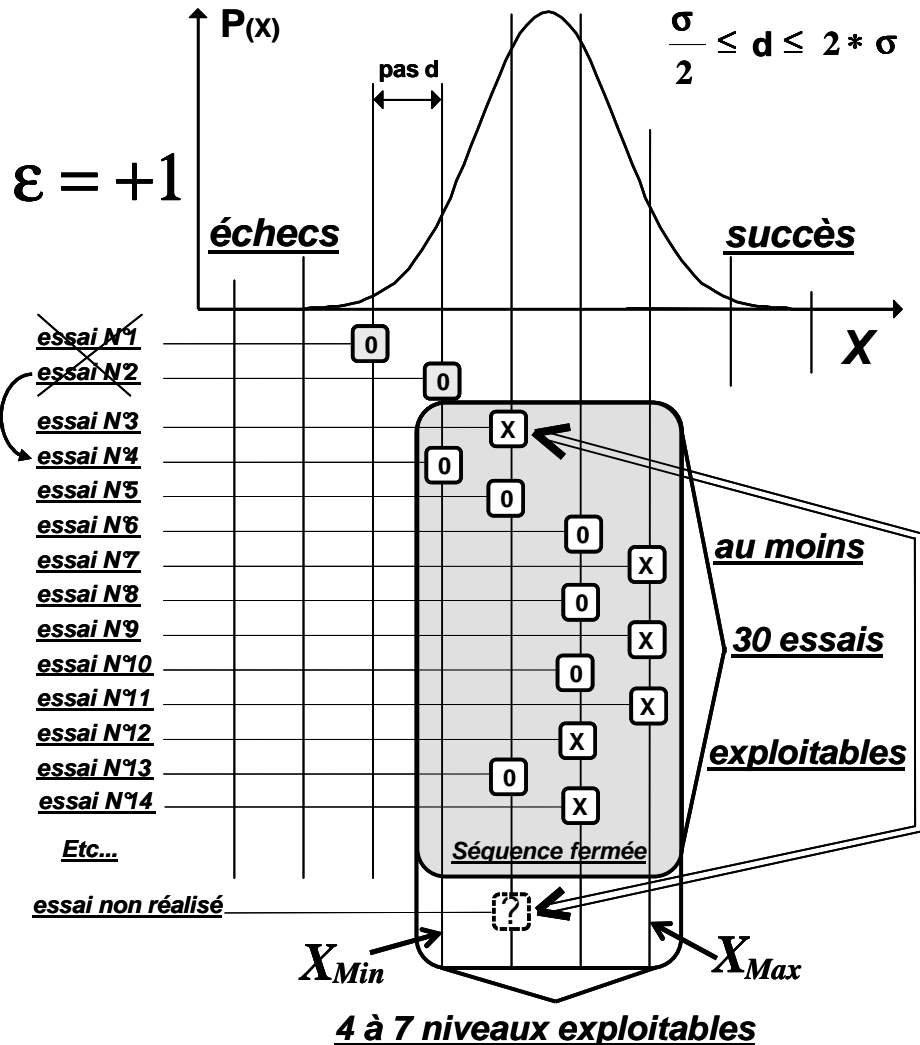
Par convention, la séquence des essais à exploiter dite « séquence fermée » :

- Démarre au premier basculement succès/échec,
- Se termine quand :
 - l'essai qui suit le dernier essai de la séquence fermée pourrait être le même que le premier de la séquence (même niveau : en pratique, on ne réalise pas cet ultime essai qui n'appartient pas à la séquence fermée),

Et

- on a obtenu suffisamment d'essais exploitables dans une séquence fermée (au moins 30 essais).

Représentation graphique d'une séquence fermée :



GTPS N°11C

Dans le cas où on réalise un test de BRUCETON en phase d'acceptation d'un lot (produit de série), on peut effectuer son exploitation une fois les essais terminés, dans la mesure où :

- Le matériel est connu (vérification de la conformité du produit à sa définition nominale),
- La procédure est figée dans le cadre d'une recette de lot (critère de succès/échec, niveau de départ et pas imposé),
- On recherche à identifier une dérive de fabrication.

C.2.3 EXPLOITATION DES ESSAIS

L'objet de ce chapitre est d'exploiter les résultats des essais figurant dans la séquence fermée la plus grande pour :

- Déterminer les estimateurs \bar{x} et s de la loi de probabilité du paramètre fonctionnel étudié,
- Calculer les intervalles de confiance de ces estimateurs,
- Evaluer la probabilité R de succès (ou $1-R$ d'échec) avec un niveau de confiance donné, lors de la sollicitation du produit pyrotechnique à son niveau de référence $X_{\text{réf}}$,
- Rechercher un seuil de fonctionnement X_F ou de non fonctionnement X_{NF} , associé à une fiabilité R avec un niveau de confiance donné.

Le niveau de référence $X_{\text{réf}}$ est, selon les cas, soit :

- Le niveau nominal du paramètre fonctionnel,
- La valeur nominale du paramètre fonctionnel, affectée d'un coefficient de marge spécifié par le client ou par des standards,
- Un majorant ou un minorant d'un besoin exprimé comme déterministe,
- Le niveau correspondant à une borne de l'intervalle de tolérances du niveau nominal,
- Le niveau correspondant à une borne à ± 3 écarts-types du niveau nominal,
- Etc...

C.2.3.1 VERIFICATION DES HYPOTHESES DE BASE

C.2.3.1.1 RESOLUTION DU PARAMETRE FONCTIONNEL

On s'assure que la résolution effective du paramètre fonctionnel est au moins 10 fois inférieure à l'estimateur de l'écart-type calculé.

C.2.3.1.2 VERIFICATION DE LA NORMALITE

Un test du Khi-Deux peut être réalisé si le nombre d'essais N_s de la séquence fermée est supérieur à 150 tirs.

Ce test sera réalisé sur les succès (ou sur les échecs) de la séquence fermée pour vérifier si la répartition des niveaux d'essais suit une loi normale.

Hypothèse H_0 : la répartition des seuils de fonctionnement suit la loi de probabilité théorique choisie (Normale ou Log-Normale).

Hypothèse H_1 : les résultats obtenus suivent une loi de probabilité du type considéré (Normale ou Log-Normale).

On se propose de tester la proposition $H_0 = H_1$:

- Si le test est positif (χ^2 calculé $< \chi^2_{(v,\alpha)}$), on ne peut pas rejeter, au risque α , la proposition $H_0 = H_1$:
 - L'hypothèse de Normalité (ou Log-normalité) est **validée**,
- Si le test est négatif (χ^2 calculé $> \chi^2_{(v,\alpha)}$), on peut alors rejeter, au risque α , la proposition $H_0 = H_1$:
 - L'hypothèse de Normalité (ou Log-normalité) est **invalidée**.

C.2.3.1.3 VALEUR DU PAS

La condition $0,5 < d/s < 2$ sera vérifiée après exploitation des essais et calcul de l'estimateur s de l'écart-type (Cf. § C.2.3.3.2).

C.2.3.2 DETERMINATION DES PARAMETRES INTERMEDIAIRES A, B ET U

Pour exploiter les essais, la pondération $i=0$ est affectée à l'extrémum des niveaux d'essais de la séquence fermée choisie, en fonction de ε :

- Si le paramètre fonctionnel et la probabilité de succès varient dans le même sens ($\varepsilon = +1$), alors on affecte la pondération $i = 0$ au niveau mini de la séquence fermée X_m ,
- Dans le cas contraire ($\varepsilon = -1$), on affecte la pondération $i=0$ au niveau maxi de la séquence fermée X_M .

Sur chaque niveau i ($0 \leq i \leq k$) de la séquence fermée on calcule le nombre n_i d'essais réalisés.

Le nombre d'essais exploités N_s est donc égal à :
$$N_s = \sum_{i=0}^{i=k} n_i$$

On calcule ensuite les paramètres intermédiaires suivants :

$A = \sum_{i=0}^{i=k} i n_i$	$B = \sum_{i=0}^{i=k} i^2 n_i$	$U = \frac{N_s}{N_s - 2} \left(\frac{N_s B - A^2}{N_s^2} - \frac{1}{4} \right)$
$\Theta =$ partie fractionnaire de A/N_s		
<p><u>NOTA :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Le calcul de Θ est nécessaire si et seulement si $0,3 < U < 0,4$ ➤ Si $\Theta > 1/2$ alors effectuer le changement $\Theta \rightarrow 1-\Theta$ 		

La distribution des essais de la séquence fermée (succès et échecs) suit une loi logistique : l'exploitation des essais de la séquence fermée pour évaluer la moyenne et l'écart-type (niveaux moyens et intervalles de confiance) de la population est détaillée en conséquence aux paragraphes C2.3.3 et C.2.3.4.

C.2.3.3 MOYENNE ET ECART-TYPE DE LA POPULATION

C.2.3.3.1 EVALUATION DE LA MOYENNE

L'estimateur \bar{X} de la moyenne m de la population est évalué à l'aide d'une des deux formules ci-dessous, en prenant en compte un des deux niveaux extrêmes de la séquence fermée (X_m ou X_M) :

- Si le paramètre fonctionnel et la probabilité de succès varient dans le même sens ($\varepsilon = +1$), alors :
$$\bar{X} = X_m + dA / N_s$$
- Dans le cas contraire ($\varepsilon = -1$), on a :
$$\bar{X} = X_M - dA / N_s$$

GTPS N°11C

C.2.3.3.2 ÉVALUATION DE L'ÉCART-TYPE

L'estimateur s de l'écart-type σ de la population est en fonction du pas d , de U et de Θ :

$$s = 1,7d\varphi(U, \Theta)$$

Dans laquelle $\varphi(U, \Theta)$ est déterminée à partir des valeurs suivantes de U :

$\triangleright U < 0,3$	Le test n'est pas exploitable en l'état	Il convient de poursuivre la séquence d'essais en utilisant les spécimens en réserve (Cf. alinéa 3 du § B.3.2.1), après avoir réajusté les niveaux de test en divisant le pas par 2
$\triangleright 0,3 \leq U < 0,4$	$\varphi(U, \Theta) = \Phi_e(U, \Theta)$	On détermine le paramètre $\Phi_e(U, \Theta)$ en fonction de U et pour Θ calculé précédemment, soit en résolvant l'équation ci-dessous (*) soit graphiquement au moyen de l'abaque de l'annexe 2.
$\triangleright U \geq 0,4$	$\varphi(U, \Theta) = U$	-

$$(*) \quad U = \Phi_e(U, \Theta) \left[1 + \frac{8\pi^2 \Phi_e(U, \Theta) \cos(2\pi\Theta)}{e^{(2\pi^2 \Phi_e(U, \Theta))}} \right]$$

Pour trouver $\Phi_e(U, \Theta)$, on peut résoudre cette équation par approximations successives ou à l'aide du solveur EXCEL.

C.2.3.4 CALCUL DES INTERVALLES DE CONFIANCE

C.2.3.4.1 INTERVALLE DE CONFIANCE SUR LA MOYENNE

L'estimateur de la moyenne suit une loi Normale.

Pour calculer les bornes de l'intervalle de confiance de la moyenne, on calcule, à l'aide de la table en annexe 3, le fractile $u_{\alpha/2}$ de la loi normale centrée réduite (niveau de confiance $1-\alpha$).

Pour N_s grand ($N_s > 30$), l'intervalle de confiance bilatéral sur la moyenne m au niveau de confiance $1-\alpha$ est tel que :

$$m_- = \bar{X} - u_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\bar{X})} \leq m \leq \bar{X} + u_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\bar{X})} = m_+$$

$$\text{Avec : } \text{Var}(\bar{X}) = \left[1,3 + 0,8 \left(1 - \frac{d}{s} \right) \right]^2 \frac{2sd}{1,7N_s} \quad \text{pour } 0,5 \leq d/s \leq 1$$

$$\text{Var}(\bar{X}) = [1,3]^2 \frac{2sd}{1,7N_s} \quad \text{pour } 1 \leq d/s \leq 2$$

GTPS N°11C

C.2.3.4.2 INTERVALLES DE CONFIANCES SUR L'ECART-TYPE

L'estimateur de l'écart type suit une loi du Khi-deux.

La table en annexe 4 donne les fractiles $\chi^2_{(v,\alpha/2)}$ et $\chi^2_{(v,1-\alpha/2)}$ pour la loi de χ^2 , en fonction du nombre de degrés de liberté v , pour un niveau de confiance $1-\alpha$ donné.

L'intervalle de confiance bilatéral sur l'écart-type σ au niveau de confiance $1-\alpha$ est tel que :

$$\sigma_- = \frac{V s}{\chi^2_{(v,1-\alpha/2)}} \leq \sigma \leq \frac{V s}{\chi^2_{(v,\alpha/2)}} = \sigma_+$$

Le nombre de degrés de liberté v est le nombre entier le plus proche de $\frac{0,9}{2} N_s$.

C.2.3.5 EVALUATION D'UNE PROBABILITE DE SUCCES OU D'ECHEC ET DES SEUILS ASSOCIES

Dans le cas où le paramètre fonctionnel H suit une loi Log-Normale, le changement de variable $X = \text{Log}_{10}(H)$ doit être réalisé.

Les seuils de fonctionnement sont alors calculés par la transformation inverse :

$$h_F = 10^{X_F} \quad h_{NF} = 10^{X_{NF}}$$

GTPS N°11C

C.2.3.5.1 CAS OU $X_{réf} > m_+$

La loi normale étant symétrique :

- La probabilité R de succès (cas $\varepsilon=+1$) ou d'échec (cas $\varepsilon=-1$) est calculée avec un niveau de confiance $(1-\alpha/2)^2$ au niveau de référence $X_{Réf}$:

$$R(X_{Réf}, (1-\alpha/2)^2) = F(u_{X_{Réf}}) = F\left(\frac{X_{Réf} - m_+}{\sigma_+}\right)$$

- Les seuils de fonctionnement X_F (cas $\varepsilon=+1$) ou de non fonctionnement X_{NF} (cas $\varepsilon=-1$), pour une probabilité R de succès (ou d'échec) associée à un niveau de confiance $(1-\alpha/2)^2$, sont donnés par l'expression :

$$X_F(R, (1-\alpha/2)^2) = X_{NF}(R, (1-\alpha/2)^2) = m_+ + F^{-1}(R)\sigma_+$$

C.2.3.5.2 CAS OU $X_{réf} < m_-$

La loi normale étant symétrique :

- La probabilité de succès (ou d'échec) R est calculée avec un niveau de confiance $(1-\alpha/2)^2$ au niveau de référence $X_{Réf}$:

$$R(X_{Réf}, (1-\alpha/2)^2) = F(u_{X_{Réf}}) = F\left(\frac{m_- - X_{Réf}}{\sigma_+}\right)$$

- Les seuils de fonctionnement X_F (cas $\varepsilon=-1$) ou de non fonctionnement X_{NF} (cas $\varepsilon=+1$), pour une probabilité R de succès (ou d'échec) associée à un niveau de confiance $(1-\alpha/2)^2$, sont donnés par l'expression :

$$X_F(R, (1-\alpha/2)^2) = X_{NF}(R, (1-\alpha/2)^2) = m_- - F^{-1}(R)\sigma_+$$

C.3 RECOMMANDATION SUR L'EMPLOI DE LA METHODE

Des essais et des études, réalisés dans le cadre des programmes de recherche du CNES (Cf. documents réf. **39** et **40** en **annexe 6**), ont conduit aux recommandations suivantes :

- Recommandation N°1 :** Il a été constaté une forte dépendance de l'estimation de l'écart-type en fonction de la valeur du pas :
- Une valeur trop faible du pas d peut engendrer une forte sous-estimation de la valeur s de l'écart-type σ ,
 - Ce cas se produit lorsque que d/σ tend vers 0,5 (dans ce cas, on arrive facilement à avoir 7 niveaux exploitables dans la séquence fermée).

Il convient donc, dans ce cas d'augmenter la valeur du pas pour se rapprocher de la valeur idéale (d/σ proche de 1).

En pratique, dès qu'on constate expérimentalement l'apparition de sept niveaux exploitables (séquence fermée), il est recommandé de procéder à un réajustement du pas pour éviter ce risque.

- Recommandation N°2 :** Pour procéder à une correction de la valeur du pas, la multiplication ou la division par 2 de la valeur du pas peut être choisie afin de faciliter la réutilisation des essais déjà réalisés en séquence préliminaire :

- Cette correction (par 2) peut dans certains cas être trop sévère et nuire à l'exploitation du test (Cf. recommandation N°1),
- Il est possible dans ce cas d'apporter une correction moins sévère (multiplication ou division par 1,5),

Dans ce cas, pour réutiliser des essais déjà réalisés, il suffit de prendre des essais réalisés à des niveaux différents, qui auraient eu les mêmes résultats aux niveaux testés. Par exemple, dans le cas d'un inflammateur électrique :

- Un échec de fonctionnement sous sollicitation de 3A aurait aussi été un échec sous un courant de 2,7A (l'essai **4'** est récupéré pour l'essai **4**),
- Un succès de fonctionnement sous sollicitation de 4,2A sera toujours un succès sous un courant de 4,5A (l'essai **8'** est récupéré pour l'essai **10**).

Essais avec un pas d=0,6												Essais avec augmentation du pas : d=0,9																													
Niveaux	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'	10'	11'	12'	Niveaux	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	...					
5.4																																									
4.8																																									
4.2																																									
3.6																																									
3																																									
2.4																																									
1.8																																									
1.2																																									

essais avec d=0,6 repris directement (niveaux de tests identiques) pour les essais avec d=0,9
 essais avec d=0,6 repris de manière majorante pour les essais avec d=0,9 :
 - succès obtenus à des niveaux inférieurs
 - échecs obtenus à des niveaux supérieurs

- Recommandation N°3 :** L'ensemble des résultats des tests statistiques a montré qu'il existe, pour chaque test de Bruceton, des écarts par rapport à la loi « vraie » :
- Pour déterminer la fiabilité au niveau $X_{Réf}$, il est recommandé de majorer (ou de minorer selon les cas) de 10% le niveau de $X_{Réf}$ avant de procéder au calcul de la fiabilité.
 - Pour déterminer un seuil de fonctionnement ou de non fonctionnement, il est aussi recommandé de majorer (ou de minorer selon les cas) de 10% la valeur du seuil de fonctionnement ou de non-fonctionnement calculée.

Deux exemples d'application de cette recommandation figurent au §D.

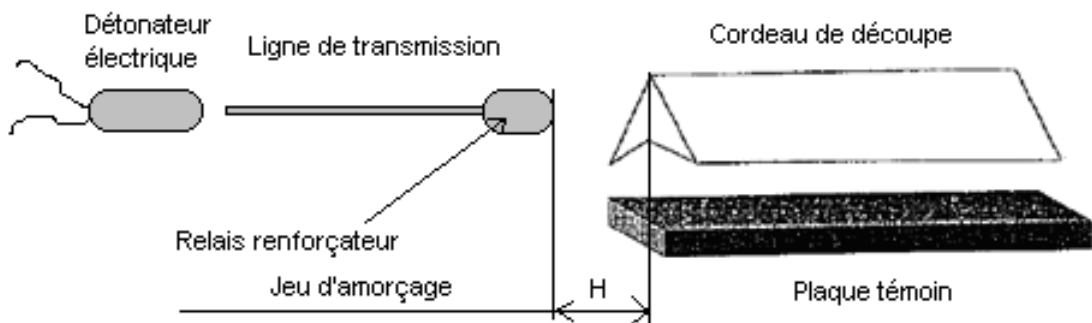
D. EXEMPLES D'APPLICATION

D.1 CAS D'UN BRUCETON REUSSI

D.1.1 CAS TRAITE

Le cas étudié est l'amorçage d'un cordeau détonant de découpe à l'hexogène/plomb par un relais renforceur de sortie d'une chaîne de transmission.

Chaque relais est initié par un cordeau détonant de transmission, lui-même initié par un détonateur électrique moyenne énergie.



Le jeu nominal de référence du système est de $H_{\text{Réf}} = 7 \text{ mm}$.

D.1.2 REALISATION DES ESSAIS

Définition du plan d'essais :

- Critère de succès de l'essai : découpe complète d'une plaque témoin en alliage léger (tout autre cas est considéré comme un échec),
- Paramètre fonctionnel prépondérant retenu : distance H entre le relais renforceur et le cordeau découpeur,
- Hypothèse retenue : la distribution des seuils de fonctionnement H suit une loi Log-Normale,
- Taille de l'échantillon de test : 40
- La probabilité de succès et le paramètre fonctionnel ont des sens de variation contraires : $\varepsilon = -1$.

GTPS N°11C

Mode opératoire :

- Changement de variable : $X = \text{Log}_{10}(H)$
- h_i : Distance au niveau d'essai i entre relais et cordeau (en mm)
- $x_i = \text{Log}_{10}(h_i)$: niveau d'exploitation affecté au rang i (variable sans dimension)
- d : pas de l'essai d'exploitation ($d = x_i - x_{i-1}$)
- n_i : nombre d'essais effectués au rang i
- N : nombre total d'essais réalisés ($N \leq 40$)
- $\varepsilon = -1$

Réalisation de la séquence d'essais :

- Les essais préliminaires (1' à 5') ont été réalisés pour converger vers la séquence fermée (qui commence à l'essai N°1 suivant),
- 3 essais préliminaires (essais N°3', 4' et 5') ont été réutilisés dans la séquence fermée (respectivement pour les essais N°0, 5 et 2),
- La séquence d'essais a été réalisée en suivant la méthode et les recommandations décrites au paragraphe C.2,
- On a arrêté les essais quand on a obtenu une séquence fermée de 32 essais.

h _i (mm)	X _i = Log(h _i)	1'	2'	3'	4'	5'	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33		
								5'			4'						3'																								
12.59	1.10						0	0																		0	0	0							0					?	
11.22	1.05					x	x		0	0	0					0	0	0	0	0	0		x		x	x	x	0		x				0		x					
10.00	1.00				x					x	x	0		x		x		x	x	x	x									x								x			
8.91	0.95			x											x																										
7.94	0.90		x																																						
7.08	0.85	x																																							

Séquence fermée

L'essai N°33 n'a pas été réalisé : il figure virtuellement sur le schéma pour montrer qu'il est au même niveau que celui de l'essai N°1 de la séquence fermée.

D.1.3 EXPLOITATION DES RESULTATS D'ESSAIS

L'exploitation des essais de la séquence fermée donne le tableau suivant :

h_i (mm)	x_i	i ($\varepsilon = -1$)	n_i	n_i*i	n_i*i^2
12,59	1,10	0	6	0	0
11,22	1,05	1	15	15	15
10,00	1,00	2	10	20	40
8,91	0,95	3	1	3	9
Sommes			32	38	64
			N_s	A	B

NOTA : Comme $\varepsilon = -1$, le rang $i=0$ est attribué au niveau maximal $x_M = 1,10$ (soit $h_M = 12,59$ mm)

Evaluation de la moyenne :

- L'estimateur de la moyenne est donc égale à : $\bar{X} = x_M - dA / N_s = 1,041$
- Soit un niveau moyen : $\bar{H} = 10^{\bar{X}} = 10,99$ mm

Evaluation de l'écart-type :

- On calcule $U = \frac{N_s}{N_s - 2} \left(\frac{N_s B - A^2}{N_s^2} - \frac{1}{4} \right) = 0,3625$
- $\varphi(U, \Theta)$ est donc déterminé dans le cas : $0,3 < U < 0,4$
- On calcule le rapport $A/N_s = 1,1875$, dont on prend la partie fractionnaire pour calculer Θ : $\Theta = 0,1875 = 3/16$
- Pour $\Theta=3/16$ et $U=0,3625$, l'abaque en annexe 2 donne : $\Phi_e(U, \Theta) = 0,359$
- On calcule alors l'estimateur de l'écart-type : $s = 1,7d\Phi_e(U, \Theta) = 0,03052$

Contrôle de validité du test :

- On vérifie la validité du test : $0,5 < d/s = 1,64 < 2$

Intervalle de confiance sur la moyenne ($1-\alpha = 90\%$) :

- A l'aide de la table de la loi normale en annexe 3, on détermine le fractile $u_{\alpha/2}$ pour le niveau de confiance $1-\alpha = 90\%$ ($\alpha/2=0,05$) : $u_{\alpha/2} = 1,645$
- On peut alors calculer la variance de la moyenne : $Var(\bar{X}) = (1,3)^2 \frac{2sd}{1,7N_s} = 9,4798 \cdot 10^{-5}$, soit un écart-type de 0,0097365
- On en déduit les bornes de l'intervalle à 90% confiance sur la moyenne : $m_- = \bar{X} - u_{\alpha/2} \sqrt{Var(\bar{X})} = 1,0246 \leq m \leq 1,0566 = \bar{X} + u_{\alpha/2} \sqrt{Var(\bar{X})} = m_+$

GTPS N°11C

Intervalle de confiance sur l'écart-type ($1-\alpha = 90\%$) :

- On calcule $\frac{0,9}{2} N_s = 14,4$, ce qui nous permet de déterminer le nombre de degrés de liberté (nombre entier le plus proche) : $\nu = 14$,
- A l'aide de la table Khi-Deux en annexe 4, on détermine les valeurs suivantes : $\chi^2_{(\nu, \alpha/2)} = 6,57$ et $\chi^2_{(\nu, 1-\alpha/2)} = 23,68$
- On en déduit les bornes de l'intervalle à 90% confiance sur l'écart-type :

$$\sigma_- = \frac{\nu s}{\chi^2_{(\nu, 1-\alpha/2)}} = 0,018 \leq \sigma \leq 0,065 = \frac{\nu s}{\chi^2_{(\nu, \alpha/2)}} = \sigma_+$$

Calcul de fiabilité au niveau de confiance $(1-\alpha/2)^2 = 90\%$:

- Le niveau de référence retenu est $H_{\text{Réf}} = 7 \text{ mm}$,
- Soit un niveau $X_{\text{Réf}} = \text{Log}_{10}(H_{\text{Réf}}) = \text{Log}_{10}(7) = 0,845$,
- Niveau de référence retenu pour le calcul de la fiabilité (majoration de 10% Cf. recommandation N°3 au §C3) : $1,1 \times X_{\text{Réf}} = 0,9295$
- On calcule alors la fiabilité : $R = F\left(\frac{m_- - X_{\text{Réf}}}{\sigma_+}\right) = F\left(\frac{1,0246 - 0,9295}{0,065}\right) = 0,928$

NOTA : Sans application de la recommandation N°3 du §C3, la fiabilité calculée au niveau de référence de 0,845 serait de 0,997.

D.2 CAS D'UN BRUCETON REUSSI AVEC REAJUSTEMENT DE PAS

D.2.1 REALISATION DES ESSAIS

Conduite de la séquence d'essais ($\epsilon = +1$) :

- Les essais préliminaires (1' à 10') ont eu pour objet de déterminer la valeur de x qui sera choisie pour le début de l'épreuve proprement dite, ainsi que la valeur du pas ($d=2$ au démarrage de l'épreuve),
- Les essais ont été conduits de façon à obtenir au moins 4 niveaux dans la séquence fermée. Comme les essais préliminaires n'occupaient que 3 niveaux utiles ($x_1=8$, $x_2=10$ et $x_3=12$), la valeur du pas a été divisée par deux qui passe alors à $d=1$,
- 7 essais préliminaires (N°3', 4', 5', 6', 8', 9' et 10') ont été réutilisés dans la séquence fermée (respectivement essais N°4, 2, 6, 1, 8, 14 et 18),
- On a arrêté les essais quand on a obtenu une séquence fermée de 30 essais.

Essais préliminaires (d=2mm)										Essais séquence fermée (après réajustement du pas : d=1mm)																																								
Xi (mm)	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'	10'	Xi (mm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30									
	6'	4'	3'	5'	8'	9'	10'	6'	4'	3'		5'	8'	9'	10'																																			
16	x										16																																							
											15																																							
14		x									14																																							
											13												x	x																					x					
12			x		x				x		12			x	x																															x				x
											11	x																																						
10											10																																							
											9																																							
8											8																																							

D.2.2 EXPLOITATION DES RESULTATS D'ESSAIS

L'exploitation des essais de la séquence fermée donne le tableau suivant :

x_i	$i (\varepsilon = +1)$	n_i	n_i*i	n_i*i^2
13	3	3	9	27
12	2	10	20	40
11	1	12	12	12
10	0	5	0	0
Sommes		30	41	79
		N_s	A	B

NOTA : Comme $\varepsilon = +1$, le rang $i=0$ est attribué au niveau minimal $x_m = 10$.

Evaluation de la moyenne :

- L'estimateur de la moyenne est donc égale à : $\bar{X} = x_m + dA / N_s = 11,37$

Evaluation de l'écart-type :

- On calcule $U = \frac{N_s}{N_s - 2} \left(\frac{N_s B - A^2}{N_s^2} - \frac{1}{4} \right) = 0,5524$
- $\varphi(U, \Theta)$ est donc déterminé dans le cas : $U > 0,4$
- Donc $\Phi_e(U, \Theta) = U = 0,5524$
- On calcule alors l'estimateur de l'écart-type : $s = 1,7d\Phi_e(U, \Theta) = 0,939$

Contrôle de validité du test :

- On vérifie la validité du test : $0,5 < d/s = 1,064 < 2$

Intervalle de confiance sur la moyenne ($1-\alpha = 90\%$) :

- A l'aide de la table de la loi normale en annexe 3, on détermine le fractile $u_{\alpha/2}$ pour le niveau de confiance $1-\alpha = 90\%$ ($\alpha/2=0,05$) : $u_{\alpha/2} = 1,645$
- On peut alors calculer la variance de la moyenne :

$$Var(\bar{X}) = (1,3)^2 \frac{2sd}{1,7N_s} = 6,22 \cdot 10^{-2}$$
 , soit un écart-type de 0,2495
- On en déduit les bornes de l'intervalle à 90% confiance sur la moyenne :

$$m_- = \bar{X} - u_{\alpha/2} \sqrt{Var(\bar{X})} = 10,956 \leq m \leq 11,778 = \bar{X} + u_{\alpha/2} \sqrt{Var(\bar{X})} = m_+$$

GTPS N°11C

Intervalle de confiance sur l'écart-type ($1-\alpha = 90\%$) :

- On calcule $\frac{0,9}{2} N_s = 13,5$, ce qui nous permet de déterminer le nombre de degrés de liberté (nombre entier le plus proche) : $\nu = 14$,
- A l'aide de la table Khi-Deux en annexe 4, on détermine les valeurs suivantes : $\chi^2_{(\nu, \alpha/2)} = 6,57$ et $\chi^2_{(\nu, 1-\alpha/2)} = 23,68$
- On en déduit les bornes de l'intervalle à 90% confiance sur l'écart-type :

$$\sigma_- = \frac{Vs}{\chi^2_{(\nu, 1-\alpha/2)}} = 0,5551 \leq \sigma \leq 2,0008 = \frac{Vs}{\chi^2_{(\nu, \alpha/2)}} = \sigma_+$$

Calcul d'un seuil de fonctionnement au niveau de confiance $(1-\alpha/2)^2 = 90\%$:

- Le niveau de fiabilité voulu est de $R = 0,999$,
- On calcule alors le seuil de fonctionnement :

$$X_F(R, (1-\alpha/2)^2) = m_+ + F^{-1}(R)\sigma_+ = 17,96 \text{ mm}$$
- Niveau du seuil de fonctionnement retenu après majoration de 10% (Cf. recommandation N°3 au §C3) : $1,1 \times X_F(R, (1-\alpha/2)^2) = 19,76 \text{ mm}$.

NOTA : Sans application de la recommandation N°3 du §C3, la fiabilité calculée au seuil de fonctionnement retenu de 19,76mm serait de 0,999967.

D.3 CAS D'UN BRUCETON DISPERSÉ (NON EXPLOITABLE)

Lors d'un essai Bruceton, on a obtenu la séquence fermée suivante ($\varepsilon = -1$) :

X _i (mm)	Séquence fermée																																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34		
13								0																								0				
12		0					x		0		0		0																		x		0			
11	x		0		0		x				x		x		0															x				0		
10				x		x									0					0		0							x						x	
9																0		x		x		0						x								
8																	x						0			x										
7																																				x

L'exploitation des essais de la séquence fermée donne le tableau suivant :

x _i	i ($\varepsilon = -1$)	n _i	n _i *i	n _i *i ²
13	0	2	0	0
12	1	7	7	7
11	2	9	18	36
10	3	7	21	63
9	4	5	20	80
8	5	3	15	75
7	6	1	6	36
Sommes		34	87	297
		N_s	A	B

GTPS N°11C

Evaluation de la moyenne :

- L'estimateur de la moyenne est donc égale à : $\bar{X} = x_M - dA/N_s = 10,44$

Evaluation de l'écart-type :

- On calcule $U = \frac{N_s}{N_s - 2} \left(\frac{N_s B - A^2}{N_s^2} - \frac{1}{4} \right) = 2,0588$
- $\varphi(U, \Theta)$ est donc déterminé dans le cas : $U > 0,4$
- Donc $\Phi_e(U, \Theta) = U = 2,0588$
- On calcule alors l'estimateur de l'écart-type : $s = 1,7d\Phi_e(U, \Theta) = 3,5$

Contrôle de validité du test :

- Le critère de validité du test n'est pas respecté : $d/s = 0,29 < 0,5$

Ce test de Bruceton ne peut donc pas être exploité.

NOTA : Le résultat de l'essai 24 induit 7 niveaux dans la séquence exploitée, et il aurait été judicieux à ce moment de corriger la valeur du pas avant de continuer les essais et leur exploitation (Cf. recommandation N°1 au §C3).

E. CONCLUSION

Cette recommandation expose la procédure de mise en œuvre de la méthode Bruceton applicable à l'évaluation d'une probabilité de succès ou d'échec, lors du fonctionnement d'un dispositif monocoup à un niveau de référence donné.

Elle s'appuie sur l'exploitation par la méthode dite « Saubade » pour laquelle une justification mathématique existe aujourd'hui (Cf. n°35 en annexe 6).

Cette méthode explicite la démarche à suivre (conditions de mise en œuvre proprement dite) en insistant notamment sur :

- La détermination des niveaux d'essais,
- La conduite de ces essais.

Elle suppose que la loi de distribution des seuils de fonctionnement du paramètre fonctionnel retenu suit une loi normale (ou une loi Log-Normale en faisant un changement de variable).

Elle permet d'évaluer les estimateurs de la moyenne et de l'écart-type à partir d'un échantillon constitué d'au moins 30 spécimens.

Les évaluations de ces estimateurs, assorties d'un niveau de confiance donné, permettent d'évaluer la probabilité de réalisation de la fonction du dispositif monocoup sous l'effet d'un niveau de sollicitation défini.

GTPS N°11C

Cette recommandation donne les limites d'exploitation à ne pas dépasser à travers d'exemples d'application sur des tests de Bruceton :

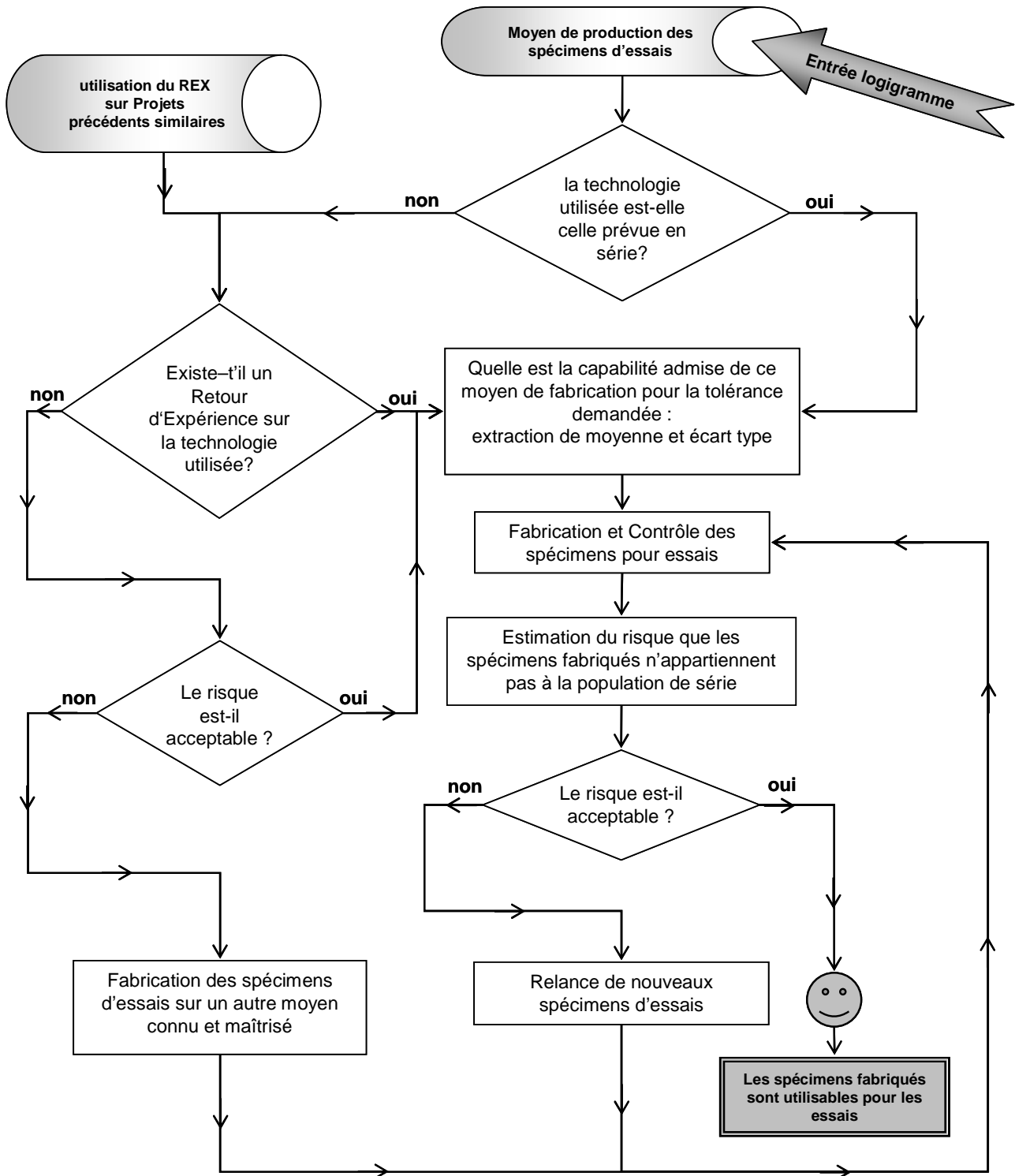
- Réussi,
- Réussi avec réajustement de pas,
- Jugés non exploitables.

Cette méthode s'intègre dans la démarche générale d'étude de fiabilité (ou de sécurité) d'un système pyrotechnique.

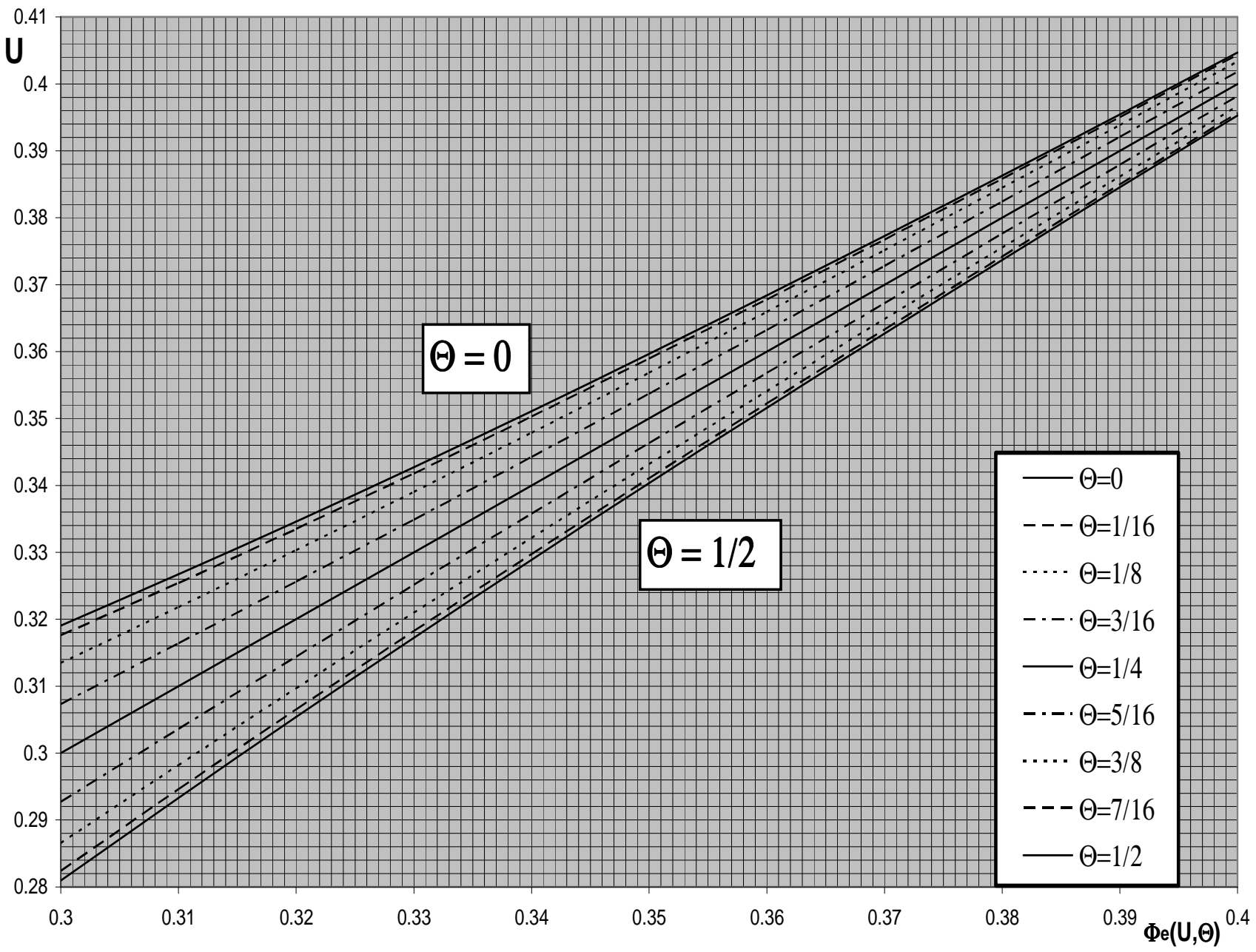
Elle est appliquée au cours de la phase de conception d'un produit (avant-projet, développement).

Elle peut aussi être applicable à des phases de production de série, d'utilisation et de démantèlement du produit.

ANNEXE 1 : VERIFICATION DE LA REPRESENTATIVITE DES ECHANTILLONS TESTES



Nota : On entend par spécimen le produit et son moyen d'essai si celui-ci est consommable (ex : cas des cibles pour explosifs).



Θ	0	1/6	1/8	3/16	1/4	5/16	3/8	7/16	1/2
		0	0,1667	0,125	0,1875	0,25	0,3125	0,375	0,4375

ANNEXE 3 : TABLE DE LA LOI NORMALE CENTREE REDUITE

Donnant la valeur du fractile $u_{\alpha/2}$ en fonction de $\alpha/2$.

$\alpha/2$	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009	0.01
0.00		3.090	2.878	2.748	2.652	2.576	2.512	2.457	2.409	2.366	2.326
0.01	2.326	2.290	2.257	2.226	2.197	2.170	2.144	2.120	2.097	2.075	2.054
0.02	2.054	2.034	2.014	1.995	1.977	1.960	1.943	1.927	1.911	1.896	1.881
0.03	1.881	1.866	1.852	1.838	1.825	1.812	1.799	1.787	1.774	1.762	1.751
0.04	1.751	1.739	1.728	1.717	1.706	1.695	1.685	1.675	1.665	1.655	1.645
0.05	1.645	1.635	1.626	1.616	1.607	1.598	1.589	1.580	1.572	1.563	1.555
0.06	1.555	1.546	1.538	1.530	1.522	1.514	1.506	1.499	1.491	1.483	1.476
0.07	1.476	1.468	1.461	1.454	1.447	1.440	1.433	1.426	1.419	1.412	1.405
0.08	1.405	1.398	1.392	1.385	1.379	1.372	1.366	1.359	1.353	1.347	1.341
0.09	1.341	1.335	1.329	1.323	1.317	1.311	1.305	1.299	1.293	1.287	1.282
0.1	1.282	1.276	1.270	1.265	1.259	1.254	1.248	1.243	1.237	1.232	1.227
0.11	1.227	1.221	1.216	1.211	1.206	1.200	1.195	1.190	1.185	1.180	1.175
0.12	1.175	1.170	1.165	1.160	1.155	1.150	1.146	1.141	1.136	1.131	1.126
0.13	1.126	1.122	1.117	1.112	1.108	1.103	1.098	1.094	1.089	1.085	1.080
0.14	1.080	1.076	1.071	1.067	1.063	1.058	1.054	1.049	1.045	1.041	1.036
0.15	1.036	1.032	1.028	1.024	1.019	1.015	1.011	1.007	1.003	0.999	0.994
0.16	0.994	0.990	0.986	0.982	0.978	0.974	0.970	0.966	0.962	0.958	0.954
0.17	0.954	0.950	0.946	0.942	0.938	0.935	0.931	0.927	0.923	0.919	0.915
0.18	0.915	0.912	0.908	0.904	0.900	0.896	0.893	0.889	0.885	0.882	0.878
0.19	0.878	0.874	0.871	0.867	0.863	0.860	0.856	0.852	0.849	0.845	0.842
0.2	0.842	0.838	0.834	0.831	0.827	0.824	0.820	0.817	0.813	0.810	0.806
0.21	0.806	0.803	0.800	0.796	0.793	0.789	0.786	0.782	0.779	0.776	0.772
0.22	0.772	0.769	0.765	0.762	0.759	0.755	0.752	0.749	0.745	0.742	0.739
0.23	0.739	0.736	0.732	0.729	0.726	0.722	0.719	0.716	0.713	0.710	0.706
0.24	0.706	0.703	0.700	0.697	0.693	0.690	0.687	0.684	0.681	0.678	0.674
0.25	0.674	0.671	0.668	0.665	0.662	0.659	0.656	0.653	0.650	0.646	0.643
0.26	0.643	0.640	0.637	0.634	0.631	0.628	0.625	0.622	0.619	0.616	0.613
0.27	0.613	0.610	0.607	0.604	0.601	0.598	0.595	0.592	0.589	0.586	0.583
0.28	0.583	0.580	0.577	0.574	0.571	0.568	0.565	0.562	0.559	0.556	0.553
0.29	0.553	0.550	0.548	0.545	0.542	0.539	0.536	0.533	0.530	0.527	0.524
0.3	0.524	0.522	0.519	0.516	0.513	0.510	0.507	0.504	0.502	0.499	0.496
0.31	0.496	0.493	0.490	0.487	0.485	0.482	0.479	0.476	0.473	0.470	0.468
0.32	0.468	0.465	0.462	0.459	0.457	0.454	0.451	0.448	0.445	0.443	0.440
0.33	0.440	0.437	0.434	0.432	0.429	0.426	0.423	0.421	0.418	0.415	0.412
0.34	0.412	0.410	0.407	0.404	0.402	0.399	0.396	0.393	0.391	0.388	0.385
0.35	0.385	0.383	0.380	0.377	0.375	0.372	0.369	0.366	0.364	0.361	0.358
0.36	0.358	0.356	0.353	0.350	0.348	0.345	0.342	0.340	0.337	0.335	0.332
0.37	0.332	0.329	0.327	0.324	0.321	0.319	0.316	0.313	0.311	0.308	0.305
0.38	0.305	0.303	0.300	0.298	0.295	0.292	0.290	0.287	0.285	0.282	0.279
0.39	0.279	0.277	0.274	0.272	0.269	0.266	0.264	0.261	0.259	0.256	0.253
0.4	0.253	0.251	0.248	0.246	0.243	0.240	0.238	0.235	0.233	0.230	0.228
0.41	0.228	0.225	0.222	0.220	0.217	0.215	0.212	0.210	0.207	0.204	0.202
0.42	0.202	0.199	0.197	0.194	0.192	0.189	0.187	0.184	0.181	0.179	0.176
0.43	0.176	0.174	0.171	0.169	0.166	0.164	0.161	0.159	0.156	0.154	0.151
0.44	0.151	0.148	0.146	0.143	0.141	0.138	0.136	0.133	0.131	0.128	0.126
0.45	0.126	0.123	0.121	0.118	0.116	0.113	0.111	0.108	0.105	0.103	0.100
0.46	0.100	0.098	0.095	0.093	0.090	0.088	0.085	0.083	0.080	0.078	0.075
0.47	0.075	0.073	0.070	0.068	0.065	0.063	0.060	0.058	0.055	0.053	0.050
0.48	0.050	0.048	0.045	0.043	0.040	0.038	0.035	0.033	0.030	0.028	0.025
0.49	0.025	0.023	0.020	0.018	0.015	0.013	0.010	0.008	0.005	0.003	0.000

Exemple : Si $1-\alpha=90\%$, $\alpha/2 = 0,05$: on lit $U_{\alpha/2} = 1,645$ à l'intersection de la ligne « 0.05 » et de la colonne « 0.000 »

Remarque : Il est recommandé d'utiliser des niveaux de confiance $1-\alpha$ compris entre 0,9 et 0,95.

GTPS N°11C

ANNEXE 4 : TABLE DE LA LOI DE KHI-DEUX DE PEARSON

Donnant la valeur de $\chi^2_{(v,\alpha/2)}$ en fonction de $\alpha/2$ et du nombre de degrés de liberté v

		$\alpha/2$													
v	0.995	0.990	0.950	0.900	0.800	0.700	0.600	0.500	0.400	0.300	0.200	0.100	0.050	0.010	0.005
1	7.88	6.63	3.84	2.71	1.64	1.07	0.71	0.45	0.27	0.15	0.064	0.016	0.004	0.0002	0.00004
2	10.60	9.21	5.99	4.61	3.22	2.41	1.83	1.39	1.02	0.71	0.446	0.211	0.103	0.020	0.010
3	12.84	11.34	7.81	6.25	4.64	3.66	2.95	2.37	1.87	1.42	1.01	0.58	0.35	0.11	0.07
4	14.86	13.28	9.49	7.78	5.99	4.88	4.04	3.36	2.75	2.19	1.65	1.06	0.71	0.30	0.21
5	16.75	15.09	11.07	9.24	7.29	6.06	5.13	4.35	3.66	3.00	2.34	1.61	1.15	0.55	0.41
6	18.55	16.81	12.59	10.64	8.56	7.23	6.21	5.35	4.57	3.83	3.07	2.20	1.64	0.87	0.68
7	20.28	18.48	14.07	12.02	9.80	8.38	7.28	6.35	5.49	4.67	3.82	2.83	2.17	1.24	0.99
8	21.95	20.09	15.51	13.36	11.03	9.52	8.35	7.34	6.42	5.53	4.59	3.49	2.73	1.65	1.34
9	23.59	21.67	16.92	14.68	12.24	10.66	9.41	8.34	7.36	6.39	5.38	4.17	3.33	2.09	1.73
10	25.19	23.21	18.31	15.99	13.44	11.78	10.47	9.34	8.30	7.27	6.18	4.87	3.94	2.56	2.16
11	26.76	24.72	19.68	17.28	14.63	12.90	11.53	10.34	9.24	8.15	6.99	5.58	4.57	3.05	2.60
12	28.30	26.22	21.03	18.55	15.81	14.01	12.58	11.34	10.18	9.03	7.81	6.30	5.23	3.57	3.07
13	29.82	27.69	22.36	19.81	16.98	15.12	13.64	12.34	11.13	9.93	8.63	7.04	5.89	4.11	3.57
14	31.32	29.14	23.68	21.06	18.15	16.22	14.69	13.34	12.08	10.82	9.47	7.79	6.57	4.66	4.07
15	32.80	30.58	25.00	22.31	19.31	17.32	15.73	14.34	13.03	11.72	10.31	8.55	7.26	5.23	4.60
16	34.27	32.00	26.30	23.54	20.47	18.42	16.78	15.34	13.98	12.62	11.15	9.31	7.96	5.81	5.14
17	35.72	33.41	27.59	24.77	21.61	19.51	17.82	16.34	14.94	13.53	12.00	10.09	8.67	6.41	5.70
18	37.16	34.81	28.87	25.99	22.76	20.60	18.87	17.34	15.89	14.44	12.86	10.86	9.39	7.01	6.26
19	38.58	36.19	30.14	27.20	23.90	21.69	19.91	18.34	16.85	15.35	13.72	11.65	10.12	7.63	6.84
20	40.00	37.57	31.41	28.41	25.04	22.77	20.95	19.34	17.81	16.27	14.58	12.44	10.85	8.26	7.43
21	41.40	38.93	32.67	29.62	26.17	23.86	21.99	20.34	18.77	17.18	15.44	13.24	11.59	8.90	8.03
22	42.80	40.29	33.92	30.81	27.30	24.94	23.03	21.34	19.73	18.10	16.31	14.04	12.34	9.54	8.64
23	44.18	41.64	35.17	32.01	28.43	26.02	24.07	22.34	20.69	19.02	17.19	14.85	13.09	10.20	9.26
24	45.56	42.98	36.42	33.20	29.55	27.10	25.11	23.34	21.65	19.94	18.06	15.66	13.85	10.86	9.89
25	46.93	44.31	37.65	34.38	30.68	28.17	26.14	24.34	22.62	20.87	18.94	16.47	14.61	11.52	10.52
26	48.29	45.64	38.89	35.56	31.79	29.25	27.18	25.34	23.58	21.79	19.82	17.29	15.38	12.20	11.16
27	49.64	46.96	40.11	36.74	32.91	30.32	28.21	26.34	24.54	22.72	20.70	18.11	16.15	12.88	11.81
28	50.99	48.28	41.34	37.92	34.03	31.39	29.25	27.34	25.51	23.65	21.59	18.94	16.93	13.56	12.46
29	52.34	49.59	42.56	39.09	35.14	32.46	30.28	28.34	26.48	24.58	22.48	19.77	17.71	14.26	13.12
30	53.67	50.89	43.77	40.26	36.25	33.53	31.32	29.34	27.44	25.51	23.36	20.60	18.49	14.95	13.79
31	55.00	52.19	44.99	41.42	37.36	34.60	32.35	30.34	28.41	26.44	24.26	21.43	19.28	15.66	14.46
32	56.33	53.49	46.19	42.58	38.47	35.66	33.38	31.34	29.38	27.37	25.15	22.27	20.07	16.36	15.13
33	57.65	54.78	47.40	43.75	39.57	36.73	34.41	32.34	30.34	28.31	26.04	23.11	20.87	17.07	15.82
34	58.96	56.06	48.60	44.90	40.68	37.80	35.44	33.34	31.31	29.24	26.94	23.95	21.66	17.79	16.50
35	60.27	57.34	49.80	46.06	41.78	38.86	36.47	34.34	32.28	30.18	27.84	24.80	22.47	18.51	17.19
36	61.58	58.62	51.00	47.21	42.88	39.92	37.50	35.34	33.25	31.12	28.73	25.64	23.27	19.23	17.89
37	62.88	59.89	52.19	48.36	43.98	40.98	38.53	36.34	34.22	32.05	29.64	26.49	24.07	19.96	18.59
38	64.18	61.16	53.38	49.51	45.08	42.05	39.56	37.34	35.19	32.99	30.54	27.34	24.88	20.69	19.29
39	65.48	62.43	54.57	50.66	46.17	43.11	40.59	38.34	36.16	33.93	31.44	28.20	25.70	21.43	20.00
40	66.77	63.69	55.76	51.81	47.27	44.16	41.62	39.34	37.13	34.87	32.34	29.05	26.51	22.16	20.71
41	68.05	64.95	56.94	52.95	48.36	45.22	42.65	40.34	38.11	35.81	33.25	29.91	27.33	22.91	21.42
42	69.34	66.21	58.12	54.09	49.46	46.28	43.68	41.34	39.08	36.75	34.16	30.77	28.14	23.65	22.14
43	70.62	67.46	59.30	55.23	50.55	47.34	44.71	42.34	40.05	37.70	35.07	31.63	28.96	24.40	22.86
44	71.89	68.71	60.48	56.37	51.64	48.40	45.73	43.34	41.02	38.64	35.97	32.49	29.79	25.15	23.58
45	73.17	69.96	61.66	57.51	52.73	49.45	46.76	44.34	42.00	39.58	36.88	33.35	30.61	25.90	24.31
46	74.44	71.20	62.83	58.64	53.82	50.51	47.79	45.34	42.97	40.53	37.80	34.22	31.44	26.66	25.04
47	75.70	72.44	64.00	59.77	54.91	51.56	48.81	46.34	43.94	41.47	38.71	35.08	32.27	27.42	25.77
48	76.97	73.68	65.17	60.91	55.99	52.62	49.84	47.34	44.92	42.42	39.62	35.95	33.10	28.18	26.51
49	78.23	74.92	66.34	62.04	57.08	53.67	50.87	48.33	45.89	43.37	40.53	36.82	33.93	28.94	27.25
50	79.49	76.15	67.50	63.17	58.16	54.72	51.89	49.33	46.86	44.31	41.45	37.69	34.76	29.71	27.99

Exemple : Si $1-\alpha=90\%$ et si $v = 14$ degrés de liberté :

- $\alpha/2 = 0,05$ et on lit $\chi^2_{(v,\alpha/2)} = 6,57$ à l'intersection de la colonne « 0.05 » et de la ligne « 14 »
- $1-\alpha/2 = 0,95$ et on lit $\chi^2_{(v,1-\alpha/2)} = 23,68$ à l'intersection de la colonne « 0.95 » et de la ligne « 14 »

Remarque : Il est recommandé d'utiliser des niveaux de confiance compris entre 0,9 et 0,95.

GTPS N°11C
ANNEXE 5 : SYNTHÈSE RECAPITULATIVE

Lois de distribution Normales ou Log-Normale :

Si la loi de probabilité du paramètre fonctionnel étudié est Log-Normale, on applique les principes suivants :

- H : paramètre fonctionnel étudié, et h_i les niveaux d'essais de ce paramètre,
- Changement de variable :
 - $X = \text{Log}_{10}(H)$: variable transformée est sans dimension,
 - $X_i = \text{Log}_{10}(h_i)$: niveaux d'exploitation de ce paramètre.

Sens de variation :

Si la loi de probabilité de succès et le paramètre fonctionnel étudié ont :

- Le même sens de variation : $\varepsilon = +1$,
- Des sens de variation contraires : $\varepsilon = -1$.

Estimateurs statistiques :

Estimateur de la moyenne \bar{x} :

- $\bar{x} = X_m + dA / N_s$ si $\varepsilon = +1$,
- $\bar{x} = X_M - dA / N_s$ si $\varepsilon = -1$.

Estimateur de l'écart-type s :

- $s = 1,7d\Phi_e(U, \Theta)$ si $0,3 \leq U < 0,4$,
- $s = 1,7dU$ si $U \geq 0,4$,
- Test inexploitable sans réajustement du pas si $U < 0,3$

Intervalles de confiance au niveau $(1-\alpha)$:

Intervalle de confiance sur la moyenne m :

- $m_- = \bar{x} - u_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\bar{x})} \leq m \leq \bar{x} + u_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\bar{x})} = m_+$ avec :
 - $\text{Var}(\bar{x}) = \left[1,3 + 0,8 \left(1 - \frac{d}{s} \right) \right]^2 \frac{2sd}{1,7N_s}$ pour $0,5 \leq d/s \leq 1$
 - $\text{Var}(\bar{x}) = [1,3]^2 \frac{2sd}{1,7N_s}$ pour $1 \leq d/s \leq 2$

Intervalle de confiance sur l'écart-type σ :

- $\sigma_- = \frac{V s}{\chi^2_{(v, 1-\alpha/2)}} \leq \sigma \leq \frac{V s}{\chi^2_{(v, \alpha/2)}} = \sigma_+$
 - Avec $v = \frac{0,9}{2} N_s$ (v est un nombre entier)

GTPS N°11C

Evaluation de fiabilité au niveau de confiance $(1-\alpha/2)^2$:

Cas ou $X_{Réf} > m_+$:

$$\triangleright R(X_{Réf}, (1-\alpha/2)^2) = F(u_{X_{Réf}}) = F\left(\frac{X_{Réf} - m_+}{\sigma_+}\right)$$

$$\triangleright X_F(R, (1-\alpha/2)^2) = X_{NF}(R, (1-\alpha/2)^2) = m_+ + F^{-1}(R)\sigma_+$$

Cas ou $X_{Réf} < m_-$:

$$\triangleright R(X_{Réf}, (1-\alpha/2)^2) = F(u_{X_{Réf}}) = F\left(\frac{m_- - X_{Réf}}{\sigma_+}\right)$$

$$\triangleright X_F(R, (1-\alpha/2)^2) = X_{NF}(R, (1-\alpha/2)^2) = m_- - F^{-1}(R)\sigma_+$$

ANNEXE 6 : BIBLIOGRAPHIE SUR LA METHODE BRUCETON

1. BASTENAIRE F. - REGNIER L.
« Etude des propriétés statistiques des estimateurs des paramètres d'une courbe de réponse obtenue par la méthode de l'escalier »
Revue de statistique appliquée. vol. 31. pages 5 à 24 (1983).
2. BAUER R.J. - AYRES J.N.
« A method for estimating the upper limit of the variability parameter in two and three levels symmetrical Bruceton tests »
Naval Surface Weapons Center White Oak Lab., Silver Spring, Final report 75-77,35 pages. Contract MIPR-2311-BO 33 (20/10/80) ou M.Report W⁰NSWCNVOLITR-77-134.
3. BOWKER AH. - LIEBERMAN G.J.
« Méthodes statistiques de l'ingénieur »
DUNOD (1965).
4. BROWNLEE KA - HODGES J.L. - ROSENBLATT M.
« The up and down method with small samples »
Journal of the American Statistical Association, vol. 48, pages 262 à 277 (1953).
5. CULLING H.P. (*)
« Statistical methods appropriate for evaluation of fuze explosive train safety and reliability »
US NOL, White Oak. Navord Report 2101, AD 066-428 (10/53).
6. DESROCHES A.
« Quelques modèles statistiques non classiques utilisables dans les tests de sensibilité »
Revue de statistique appliquée, vol. 30, (3), pages 15 à 25 (1982).
7. DIXON W.J. - MOOD AM. (*)
« A method for obtaining and analysing sensitivity data »
American Statistical Association Journal, vol. 43, pages 109 à 126 (1948).
8. DIXON W.J. - MASSEY F.J. (*)
« Introduction to statistical analysis »
McGRAW-HILL Book Company. INC, second edition (1957).
9. DIXON W.J. (*)
« The up and down method for small samples »
American Statistical Association Journal, vol. 60, pages 967 à 978 (12/1965).
10. EFAB
« Exploitation statistique de tests de sensibilité - Méthode logistique logarithmique ».
Etablissement d'études et de fabrications d'armement de Bourges. Note documentaire.
11. GRANT R.L. - VAN DOLAH R-W.
« Use of the up and down method with factorial designs »
US Army Research Office, Box CM, Duke Station, Durham, North Carolina. ARODR 62-2.
Proceedings of the seventh Conference of the design of experiments in Army research development and testing, pages 39 à 65 (1964).
12. G.T.P.S. (*)
« Méthodes statistiques - Méthode de Bruceton »
Doc N°11C (09/82).

GTPS N°11C

- 13. G.T.P.S. (*)**
« Méthodes statistiques - Méthode de Bruceton - Application aux faibles échantillons »
Doc W11 D (09/89).
- 14. HAMPTON L.D.** « Monte carlo investigations on small sample Bruceton tests »
US NOL, White Oak. NOLTR 66-117, AD 649-255 (17/02/67).
- 15. HAMPTON L.D. - BLUM G.D. - AYRES J.N.**
« Logistical analysis of Bruceton data »
US NOL. White Oak. NOLTR 73-91, AD 766-780 (23/07/73).
- 16. de JONCKERE R. (*)**
« Les essais de sensibilité par la méthode up and down »
Service Technique De La Force Terrestre. Revue X - Tijdschrift N°2 (1975).
- 17. LANIER E. – THIVET R.**
« Méthode Bruceton et programme de calcul »
(Annexe 3, NT 118/80/CRB/NP). NT 25/81/CRB/NP : Seuil de sensibilité à un choc standard »
- 18. LAURENT M.**
« Utilisation pratique de la méthode séquentielle de Bruceton en variable logarithmique »
Etablissement Technique de Bourges. ETBS/CT/N° 139/ Cds176 (26/10/76).
- 19. LEJUEZ W. (*)**
« Méthode de Bruceton - Application aux faibles échantillons »
SEP Etudes générales de fiabilité. Note GT/M 938290 (10/02/89).
- 20. LEJUEZ W. (*)**
« Méthode de Bruceton - Etude théorique dans le cas d'une sollicitation appliquée avec ou sans incertitude »
SEP. Etudes générales de fiabilité TP 29631/83. marché DTEN 115/1983 (25/01/84).
- 21. LEJUEZ W. (*)**
« Nouvelle approche de l'exploitation du test de Bruceton »
SEP. 5^{ème} colloque international de fiabilité et de maintenabilité, Biarritz (1986).
- 22. LEJUEZ W. (*)**
« Méthode de Bruceton - Dépouillement du test dans le cas de sollicitations appliquées avec ou sans incertitude »
SEP. Etudes générales de fiabilité TP 431077 WL/yn, marché DTEN 115/1983 (19/03/84).
- 23. MALABIAU R (*)**
« Méthodes statistiques utilisables pour déterminer la sensibilité des dispositifs électro-pyrotechniques à diverses excitations d'origine électrique ou électromagnétique ».
Groupe d'Etude et Recherche de Pyrotechnie, DCAN Toulon. Colloque "Explosifs et pyrotechnie" en Applications spatiales, Toulouse (23-25/10/79). CNES/ESA SP 144, pages 179 à 200 (01/80).
- 24. MALABIAU R.**
« Tests statistiques utilisables en électro-pyrotechnie »
Groupe d'Etude et Recherche de Pyrotechnie, DCAN Toulon.

GTPS N°11C

- 25. MARTIN J.W. - SAUNDERS J.**
« Bruceton tests - Results of a computer study on small sample accuracy »
Proceedings of Electric Symposium, AD 4407 64 (1963) ou International conference on sensitivity and hazards of explosives, London (1-3/10/63) ou Note TBA (25/06/70)
- 26. NASA (*)**
"A guide for the application of the Bruceton method to electro explosive devices »
NASA-MSC. N70-35807 (09/66).
- 27. NOL**
« Comparison of the Probit method and the Bruceton up and down method as applied to sensitivity data »
US NOL, White Oak. NOLM 9910, AD 106-866 (11/48).
- 28. PECKHAM H. (*)**
« Flow chart for Bruceton analysis »
Holex Incorporated, rev. A, San Juan road, Hollistor, California. Mercury 7-5306.
- 29. PFEFFER G. (*)**
« Degré de confiance de l'évaluation de la fiabilité en sécurité ou en sûreté d'une chaîne pyrotechnique »
Thomson Armement. Colloque sur les applications modernes de la pyrotechnie, Toulon, pages 77 à 105 (19-22/06/73).
- 30. PINON I.G. (*)**
« Exploitation statistique de tests de sensibilité - Emploi pratique de la méthode séquentielle de Bruceton »
Etablissement d'Etudes et de Fabrication d'Armement de Bourges, Département Etudes Pyrotechnie. Note documentaire (1969).
- 31. PINON I.G. (*)**
« Note complémentaire sur les tests de sensibilité - Tests de Bruceton en variable logarithmique »
Etablissement d'Etudes et de Fabrication d'Armement de Bourges, Département Etudes Pyrotechnie. Note documentaire W 29502 (03/07/69).
- 32. RASPAUD L. (*)**
« Essais de sensibilité par les méthodes Bruceton et probits »
Interface SA. (02/92). Commande 843/91/CNES6310 du 06/12/91.
- 33. RASPAUD L. - AUGER P. (*)**
« Essais de sensibilité par les méthodes one-shot, Bruceton et probits »
Interface SA. CNES NT-397/CT/AE/MT/2P (17/06/94).
- 34. RASPAUD L. (*)**
« Essais de sensibilité »
Interface SA (10/94). Commande 840/2/94/CNES/0115 du 19/09/94.
- 35. SAUBADE Ch. (*)**
« Essais de sensibilité par la méthode Bruceton »
Aérospatiale/Aquitaine. Note NT 12282/AQES/D (05/04/82).
- 36. STECKER E.J. (*)**
« Bruceton test method »
Holex Incorporated, rev. A, San Juan road, Hollistor, California. Mercury 7-5306 ou Note 47/71 GERPY (06/04/71).

GTPS N°11C

37. THOMSON BRANDT

« Proposition technique concernant la comparaison des efficacités des tests de Bruceton, one-shot et Probit »

Note technique 23.110 : Etablissement de la fiabilité expérimentale d'éléments et systèmes monocoups.

38. G.T.P.S. (*)

« Méthodes statistiques - Méthode de Bruceton »

Doc N°11C (09/98).

39. CNES (*)

« Comparaison expérimentale des méthodes One-Shot, Bruceton et Probits - DLA-NT-0-988-AP »

Note de Synthèse de l'activité PAQTE 2004-DLA-05

40. CNES (*)

« Etude des méthodes de fiabilité en pyrotechnie - LIGERON (10/08) »

Commande n°4700024528/DCT 094 du 29/05/08

(*) Nota : Document analysé dans le cadre de cette étude