

Document GTPS N°11B  
Edition de janvier 2002

# **Méthode Statistique de One Shot**

**(Exploitation selon méthode CNES)**

Recommandation pour obtenir et  
assurer la fiabilité des produits  
pyrotechniques en conception

*Document rédigé par la commission « Fiabilité »*

## Table des matières :

<b>A. GENERALITES</b> .....	<b>3</b>
A.1 OBJET .....	3
A.2 REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....	3
A.2.1 DOCUMENTS DE REFERENCE.....	3
A.2.2 AUTRES DOCUMENTS.....	4
A.3 TERMINOLOGIE SPECIFIQUE.....	4
<b>B. PREMIERE PARTIE : RECOMMANDATION POUR OBTENIR ET ASSURER LA FIABILITE DES PRODUITS PYROTECHNIQUES EN CONCEPTION</b> .....	<b>5</b>
B.1 DOMAINE D'APPLICATION .....	5
B.2 METHODOLOGIE PAR PHASE.....	5
B.2.1 REGLES GENERALES .....	5
B.2.2 FAISABILITÉ .....	5
B.2.3 AVANT-PROJET .....	6
B.2.4 DEVELOPPEMENT.....	7
B.3 PRESENTATION DES METHODES STATISTIQUES UTILISEES.....	8
B.3.1 OBJET DES METHODES .....	8
B.3.2 CONDITIONS DE MISE EN ŒUVRE DES METHODES .....	8
B.4 COMPARAISON DES METHODES D'EVALUATION DE LA FIABILITE DES PRODUITS PYROTECHNIQUES .....	10
<b>C. SECONDE PARTIE : MISE EN ŒUVRE DE LA METHODE "ONE SHOT"</b> .....	<b>11</b>
C.1 CONVENTIONS DE NOTATION .....	11
C.2 PRINCIPE GENERAL .....	11
C.2.1 CONDITIONS PARTICULIERES ET CHOIX DES PARAMETRES DU TEST.....	12
C.2.2 REALISATION DE LA SEQUENCE.....	12
C.3 EXPLOITATION DES ESSAIS.....	15
C.3.1 OBJET.....	15
C.3.2 HYPOTHESES DE DEPART.....	15
C.3.3 CALCUL DE $\bar{x}$ ET $s$ - ESTIMATION.....	15
C.3.4 INTERVALLES DE CONFIANCE SUR LES ESTIMATEURS.....	18
<b>D. EXEMPLE D'APPLICATION</b> .....	<b>19</b>
D.1 CONDITIONS DU TEST.....	19
D.2 DETERMINATION DE L'INTERVALLE DES NIVEAUX DE TEST .....	19
D.3 DEROULEMENT DES ESSAIS .....	20
D.4 RESULTATS DES ESSAIS.....	23
D.5 EXPLOITATION DES ESSAIS .....	24
D.6 INTERVALLE DE CONFIANCE SUR LA MOYENNE .....	27
D.7 INTERVALLE DE CONFIANCE SUR LA MOYENNE .....	27
D.8 INTERVALLE DE CONFIANCE SUR L'ECART-TYPE .....	27
D.9 EVALUATION DE LA FIABILITE DE L'INFLAMMATEUR .....	28
<b>E. CONCLUSION</b> .....	<b>28</b>
<b>F. ANNEXES</b> .....	<b>29</b>
F.1 TABLE DE LA LOI NORMALE CENTREE REDUITE .....	29
F.2 TABLE DE KHI-DEUX.....	30
F.3 BIBLIOGRAPHIE SUR LE ONE-SHOT.....	32

## A. GENERALITES

### A.1 OBJET

La première partie de cette recommandation est établie à usage des concepteurs pour obtenir et assurer la fiabilité des produits pyrotechniques. Elle doit constituer une base de dialogue dans les relations client - fournisseur, dès lors que le contrat, qui les lie, requiert des exigences de fiabilité. Elle expose :

- la nature des phases de conception,
- les dispositions d'obtention de la fiabilité pour chacune de ces phases,
- une présentation des différentes méthodes statistiques à la disposition du concepteur :
  - \* méthodes adaptées à chacune des phases de la conception,
  - \* avantages et inconvénients de chacune des méthodes explicitées.

La seconde partie de cette recommandation présente la procédure de mise en œuvre de la méthode statistique « One Shot – Approche dichotomique ». Cette méthode permet d'évaluer une probabilité de succès ou d'échec, lors du fonctionnement d'un dispositif monocoup (produit pyrotechnique), à partir d'un nombre réduit d'essais.

L'approche dichotomique est l'application de la méthode « One Shot » limitée à une première évaluation de  $\bar{x}$  et  $s$ .

**Nota :** Il existe actuellement deux méthodes d'exploitation du test de One Shot : celle de LANGLIE celle du CNES ; la méthode LANGLIE nécessitant actuellement un logiciel spécifique, c'est la méthode du CNES qui a été retenue dans ce document.

### A.2 REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

#### A.2.1 DOCUMENTS DE REFERENCE

##### GTPS

1. Dictionnaire de pyrotechnie (éd. 5, 2001).
2. N° 11A : Méthode statistique Probit.
3. N° 11C : Méthode statistique Bruceton.
4. N° 11F : Méthode statistique des essais durcis.

##### AFNOR

5. Recueil de normes françaises AFNOR - Statistique  
Tome 1, éd. 6, 1993 : Vocabulaire, estimation et tests statistiques.
6. Groupe fiabilité (éd. 1, 1981) : Guide d'évaluation de fiabilité en mécanique par l'A.F.C.I.Q.
7. NFX 06-021 (Avril 1983) : Principes du contrôle statistique de lots.
8. NFX 06-050 (Décembre 1981) : Etude de la normalité d'une distribution.
9. NFX 07-010 (Décembre 1992) : La fonction métrologie dans l'entreprise.
10. NFX 50-120 (Septembre 1987) : Qualité - Vocabulaire.
11. NFX 50-127 - Gestion de la qualité (Janvier 1988) : Recommandations pour obtenir et assurer la qualité en conception.
12. NFX 60-500 (Octobre 1988) : Terminologie relative à la fiabilité, maintenabilité, disponibilité.

## A.2.2 AUTRES DOCUMENTS

13. BNAe - RG Aéro 703.05, Août 1991 : Guide pour la construction de la fiabilité.
14. DGA/AQ 903 - Fiabilité - Maintenabilité - 1<sup>ère</sup> partie : Guide pour la construction de la fiabilité et de la maintenabilité.
15. DGA/AQ 904 - Fiabilité - Maintenabilité - 2<sup>ème</sup> partie : Directives d'application du guide 903.
16. DGA/AQ 6008 - Guide pour le pilotage de la croissance de la fiabilité.

La bibliographie ayant servi en tout ou partie à l'établissement de cette recommandation se trouve en annexe F3.

## A.3 TERMINOLOGIE SPECIFIQUE

Afin de permettre une application sans équivoque de la présente recommandation, il a été jugé nécessaire de préciser les notions suivantes :

- Conception : activité créatrice qui, partant des besoins exprimés et des connaissances existantes, aboutit à la définition d'un produit satisfaisant ces besoins et industriellement réalisable.
- Produit : terme englobant tout article issu d'opération de production ou toute prestation de service telle que les productions matérielles (matières premières, produits semi-ouvrés ou finis, ingrédients, pièces, composants, équipements matériels, systèmes, ...).
- Dans la suite du texte, les estimateurs statistiques d'un échantillon issu de la population mère de moyenne  $m$  et d'écart-type  $\sigma$ , seront notés respectivement  $\bar{X}$  et  $s$ .
- Un paramètre fonctionnel est une grandeur physique quantifiable, associée au produit, dont la valeur intervient sur les critères de succès - échec lors de leur mise en œuvre.
- Le critère de succès ou d'échec est le moyen de caractériser la réponse du produit à la sollicitation.
- Le seuil de fonctionnement d'un produit pour une fiabilité donnée  $R$  est défini comme étant la valeur du paramètre fonctionnel pour laquelle la probabilité de succès est égale à  $R$ .

## B. PREMIERE PARTIE : RECOMMANDATION POUR OBTENIR ET ASSURER LA FIABILITE DES PRODUITS PYROTECHNIQUES EN CONCEPTION

### B.1 DOMAINE D'APPLICATION

Ce document s'adresse à tout industriel concepteur devant répondre à un besoin formalisé sous forme de spécifications quantifiées de fiabilité d'un produit pyrotechnique. Il couvre :

- les activités de conception comprenant, conformément à la norme NFX 50-120 citée alinéa 12 au § 2.1, les phases de faisabilité, d'avant projet et de développement, au cours desquelles la fiabilité est prise en compte pour aboutir à définir un produit pouvant être industrialisé au meilleur coût,
- les activités de conception à caractère permanent qui permettent d'améliorer la fiabilité d'un produit donné.

Il s'applique aux produits mettant en œuvre les substances pyrotechniques définies dans le document cité alinéa 1 au § A.2.1 (produits monocoups).

### B.2 METHODOLOGIE PAR PHASE

#### B.2.1 REGLES GENERALES

1. Déterminer, dans un premier temps, les objectifs à atteindre en terme de performances, caractéristiques, coûts et délais.
2. Insérer et gérer la fiabilité au cours des phases de conception du projet ou du programme.
3. Disposer d'une structure de concertation systématique entre les parties concernées.
4. S'assurer de la cohérence des objectifs avec :
  - les actions envisagées,
  - les résultats obtenus.
5. S'assurer de l'adéquation entre les moyens techniques et humains mis en œuvre et le produit à concevoir.

A ces règles sont associées un certain nombre de tâches telles que tâches de management, de calcul, d'analyse ou d'essai. Elles résultent en particulier des itérations nécessaires entre le dimensionnement du produit et sa fiabilité qui s'expriment en termes de marges et de coefficients de dimensionnement.

#### B.2.2 FAISABILITÉ

##### B.2.2.1 Objectif

Cette phase a pour objet de montrer dans quelle mesure il peut être répondu aux besoins exprimés en précisant les voies technologiques possibles. Les besoins sont exprimés généralement en terme de mission à remplir, d'indications sur l'environnement opérationnel, d'objectifs de fiabilité et, éventuellement, de maintenabilité.

Elle doit concourir à établir les exigences de fiabilité à inclure dans le cahier des charges fonctionnel (CdCF) et les éventuelles exigences de management de la fiabilité.

### B.2.2.2 Tâches à accomplir

Pour chacune des solutions technologiques proposées, les tâches à accomplir sont les suivantes :

- analyse préliminaire des risques (tenants et aboutissants),
- évaluation des risques par :
  - \* recherche bibliographique et/ou expérience acquise sur des produits similaires, particulièrement au niveau des anomalies ou incidents rencontrés ; recherche de banque de données en fiabilité,
  - \* calculs de simulation numérique permettant de comprendre qualitativement et quantitativement les phénomènes mis en jeu et de mettre en évidence certains points critiques de dimensionnement,
  - \* expérimentation par la pratique du plan d'expérience ou mise en œuvre d'une des méthodes préconisées dans le tableau du § B.4 afin de cerner les paramètres influents, leur sensibilité sur les performances et l'interaction entre ces paramètres (première approche de la moyenne sur certains paramètres en particulier),
- bilan des points critiques mis en évidence pour chaque solution et comparaison des solutions entre elles, vis à vis des besoins exprimés.

A l'issue de cette phase, les éléments d'appréciation à caractère qualitatif doivent constituer les données d'entrée nécessaires au démarrage de la phase suivante. De ce fait, ils doivent être consignés dans le CdCF au chapitre d'exigences de fiabilité.

## B.2.3 AVANT-PROJET

### B.2.3.1 Objectif

Cette phase a pour objet d'étudier les voies faisables en fin de phase d'étude de faisabilité afin de proposer celle qui pourra être développée.

Elle permet de préparer le dossier de définition préliminaire du produit à réaliser en accord avec les exigences de fiabilité du cahier des charges fonctionnel, établies lors de la phase précédente.

### B.2.3.2 Tâches à accomplir

Pour chaque solution considérée faisable :

- établir le bloc-diagramme de fiabilité afin de répertorier les composants élémentaires concernés dans l'étude de fiabilité du produit. Cette démarche permet de définir l'arborescence produit dont le niveau de décomposition s'arrête aux composants élémentaires possédant des caractéristiques mesurables,
- répartir l'objectif global de fiabilité selon l'arborescence en allouant à chacun des composants recensés un objectif prévisionnel de fiabilité : probabilité de réalisation de la fonction compte tenu des conditions d'environnement et/ou de durée de vie, relatives à chaque composant,
- procéder, pour chaque composant répertorié, à une analyse des modes de défaillance et de leurs effets afin de mettre en évidence les points jugés critiques en s'appuyant sur :
  - \* des bases de données existantes et/ou le retour d'expérience sur composants analogues,
  - \* éventuellement, et en fonction des produits développés, une expérimentation spécifique en appliquant la ou les méthodes préconisées dans le tableau du § B.4 afin, d'une part de confirmer la première évaluation de la moyenne  $\bar{x}$  (confer § B.2.2.2), et, d'autre part, d'apporter une première estimation de l'écart type  $s$  lié à la dispersion de la valeur moyenne,
- recomposer les évaluations partielles suivant la logique de l'arborescence produit afin d'évaluer l'adéquation de la solution proposée et du besoin,
- établir un avant-projet de plan de développement - fiabilité du produit afin d'estimer en terme de coût et de délai les travaux techniques nécessaires pour mener à bien le développement du produit,
- en considérant toutes les solutions, choisir celle qui répond le mieux au besoin exprimé, et qui sera développée dans la phase suivante,
- justifier l'abandon des solutions non retenues.



## B.2.4 DEVELOPPEMENT

### B.2.4.1 Objectif

Cette phase a pour objet :

- d'établir le dossier de définition du produit répondant aux exigences de fiabilité exprimées dans la Spécification Technique de Besoin extraite du CdCF,
- de valider la conception en utilisant les résultats des études théoriques, des essais, de l'exploitation des faits techniques,
- de préparer les phases de production et d'utilisation en spécifiant les procédés qui seront nécessaires pour assurer la fiabilité au cours de ces deux phases.

### B.2.4.2 Tâches à accomplir

Pour la solution retenue :

- procéder à l'étude prévisionnelle de fiabilité qui permet de :
  - \* reprendre et affiner le bloc diagramme de fiabilité précédemment établi,
  - \* optimiser les contraintes d'environnement appliquées à chaque composant,
  - \* éventuellement, revoir les allocations de fiabilité et renégocier les exigences de fiabilité,
- identifier les événements redoutés par une analyse déductive au moyen d'un arbre de défaillance. L'analyse déductive est une analyse statistique qui ne prend pas en compte les aspects séquentiels des événements. Les limites inhérentes à la mise en œuvre des arbres de défaillance sont :
  - \* définir correctement l'événement redouté (origine de l'arbre),
  - \* définir des événements élémentaires,
  - \* s'assurer de l'indépendance des événements élémentaires recensés,
- effectuer les analyses de défaillance, de leurs effets et de leur criticité pour chaque événement élémentaire recensé,
- définir toutes les parades à mettre en place pour satisfaire les niveaux de fiabilité requis au moyen :
  - \* d'étude et d'essais jusqu'à la phase qualificative du produit (fiabilité en conception), en mettant en œuvre les méthodes préconisées dans le tableau du § B.4,
  - \* de procédures de fabrication et de recette (fiabilité en fabrication),
- vérifier et évaluer a posteriori le niveau d'indépendance des événements,
- mettre en place les actions long terme destinées à s'assurer de la fiabilité tout au long de la durée de vie du produit. En particulier, définir le programme de vieillissement qui sera conduit en phase série afin de :
  - \* s'assurer du niveau de fiabilité supposé atteint en fin de développement,
  - \* évaluer le préavis nécessaire pour faire face à une défaillance long terme éventuelle,
  - \* alimenter les banques de données, notamment celles utilisées en phase d'analyse de fiabilité pendant le développement.

La politique de prélèvement associée devra être conforme au besoin opérationnel.

A la fin de la phase de développement, on est assuré que la conception du produit permet d'atteindre les objectifs de fiabilité.

La phase de développement se concrétise par le dossier d'homologation (dossier de définition et ses justificatifs).

## B.3 PRESENTATION DES METHODES STATISTIQUES UTILISEES

### B.3.1 OBJET DES METHODES

Ces méthodes ont pour objet de :

- caractériser la distribution des seuils de fonctionnement d'un produit par des tests de sensibilité (séquentiels ou simultanés),
- vérifier la loi de répartition probabiliste adéquate de ces seuils de fonctionnement,
- exploiter cette loi pour évaluer une probabilité de succès ou d'échec lors du fonctionnement du produit testé, pour un niveau de confiance donné.

### B.3.2 CONDITIONS DE MISE EN ŒUVRE DES METHODES

#### B.3.2.1 Définition des spécimens d'essais

##### 1. Définition nominale des spécimens testés.

La définition nominale des spécimens testés est conforme à un Dossier de Définition et constitue un échantillon représentatif d'une population. Les principes de contrôle statistique de cet échantillon doivent suivre les mêmes règles que celles exposées dans la norme citée alinéa 9 du § A.2.1.

Les spécimens d'essais peuvent être :

- un objet concret,
- un objet conventionnel (ex : le couple formé par une cisaille et le tirant à couper),
- une quantité définie d'un produit.

##### 2. Définition de la population.

Les spécimens d'essais appartiennent à une population clairement identifiée. On recommande d'utiliser un lot homogène fabriqué en respectant une même unité de temps, de lieu, de matière, de méthodes et de personnes, et en tout état de cause, suivant des méthodes et des moyens définis.

##### 3. Définition de l'échantillon prélevé.

Il est choisi dans la population suivant un plan d'échantillonnage défini par :

- le type de test,
- le schéma suivant lequel le prélèvement doit être effectué, afin d'assurer la validité des résultats d'essais,
- l'effectif de l'échantillon à tester. Il est fonction de la méthode utilisée, comme explicité dans le tableau du § B.4. Il est cependant recommandé de constituer une réserve de spécimens supplémentaires pour aléas,
- la relation entre les résultats des essais et les critères d'acceptation du test.



### B.3.2.2 Reproductibilité des essais

La reproductibilité des essais doit prendre en compte les quatre points suivants.

1. Identification des montages d'essais :
  - montage consommable conforme à un Dossier de Définition,
  - montage réutilisable dont on vérifiera la conformité à un Dossier de Définition et la stabilité de ses caractéristiques fonctionnelles.
  
2. Identification des moyens d'essais :
  - conditions d'environnement (confer norme citée alinéa 11 du § A.2.1),
  - sources d'énergie connexes,
  - équipements de mesure calibrés.
  
3. Maîtrise des sollicitations appliquées aux spécimens.  
La précision des sollicitations appliquées doit être très inférieure à l'écart-type présumé de la population.
  
4. Indépendance des conditions d'essais :
  - conditions d'environnement et d'essais stables durant une séquence d'essais,
  - moyens d'essais,
  - procédures,
  - personnel.

### B.3.2.3 Conditions préalables

1. Choix du paramètre fonctionnel.  
Il doit répondre aux critères suivants :
  - être ajustable,
  - avoir un comportement connu et continu dans le domaine d'étude envisagé.
  
2. Choix du critère de succès/échec.  
Il doit être défini sans ambiguïté, après analyse de toutes les réponses possibles du produit étudié.  
Il est nécessaire de connaître le sens de variation de la probabilité de succès ou d'échec en fonction du sens de variation du paramètre fonctionnel choisi.
  
3. Hypothèses.  
On suppose que :
  - la résolution du paramètre fonctionnel, pour l'essai, doit être d'environ 10 fois inférieure à la première évaluation de l'estimateur de l'écart-type,
  - le seuil de fonctionnement du paramètre fonctionnel choisi est une variable aléatoire,
  - la densité de probabilité de cette variable suit une loi normale, log normale ou logistique, dont le choix, a priori, tiendra compte de l'acquis.

## B.4 COMPARAISON DES METHODES D'EVALUATION DE LA FIABILITE DES PRODUITS PYROTECHNIQUES

Le tableau 1 ci-dessous propose un inventaire des avantages et des inconvénients de chacune des méthodes statistiques.

Tests	Nbre essais	Avantages	Inconvénients
One-shot Approche dichotomique (Cf. alinéa 3 du § A.2.1)	$\geq 30$	Tous les résultats d'essais sont exploitables. Le choix de la valeur initiale du test ne joue pas sur la précision des résultats. La convergence vers la moyenne est assurée et très rapide pour une faible population : <ul style="list-style-type: none"> <li>• éventuellement mal connue,</li> <li>• dont la loi de probabilité est unimodale.</li> </ul>	Test séquentiel entraînant une gestion contraignante des épreuves avec des niveaux non connus à l'avance. Pas d'exploitation pour le calcul de fiabilité dans le cas de l'approche dichotomique.
Bruceton (Cf. alinéa 4 du § A.2.1 et seconde partie de ce document)	$\geq 30$	Donne accès aux estimateurs statistiques moyenne et écart type, avec une bonne précision sur la moyenne.	Test séquentiel entraînant une gestion contraignante des épreuves, mais avec un pas fixe. Dépendance des résultats : <ul style="list-style-type: none"> <li>• du type d'exploitation choisi,</li> <li>• de la valeur du pas.</li> </ul>
Probit (Cf. alinéa 2 du § A.2.1)	$\geq 72$	Test non séquentiel. Possibilité d'adapter les niveaux en cours d'essais. Le meilleur estimateur de l'écart type.	Définir au minimum 5 niveaux.
Essais durcis (Cf. alinéa 6 du § A.2.1)	$\geq 1$ $\leq 10$	Prend en compte la dispersion de tous les paramètres, y compris d'origine banque de données. Permet de caractériser le comportement du produit proche de son point nominal de fonctionnement. Adaptée à la caractérisation de systèmes dont elle confirme les marges. Démarche analytique prenant en compte le contenu des AMDEC dont elle est un outil complémentaire.	Impose 100% de réussite sur les essais. Impose la connaissance des coefficients de variation des paramètres influents. Dépendance étroite des résultats aux coefficients de variation associés aux paramètres dispersés.

Tableau 1

## C. SECONDE PARTIE : MISE EN ŒUVRE DE LA METHODE "ONE SHOT"

### C.1 CONVENTIONS DE NOTATION

On note :

- $A$  : borne inférieure de l'intervalle d'essai,
- $B$  : borne supérieure de l'intervalle d'essai,
- $N$  : nombre de composants à tester,
- $i$  : indice du rang d'essai,  $i$  entier positif ( $1 \leq i \leq N$ ),
- $X_i$  : niveau de la sollicitation pour le  $i^{\text{ème}}$  essai,
- $Y_j$  : variable binaire de sortie pour le  $j^{\text{ème}}$  essai avec :  
 $Y_j = 1$  pour les succès,  
 $Y_j = 0$  pour les échecs,
- $k$  : rang de l'essai pour lequel on comptabilise autant de succès que d'échecs en remontant la séquence du rang  $i$  (dernier essai réalisé) au rang  $k$ . Ceci correspond à la formulation suivante :

$$\exists k < i \text{ tel que } \sum_{j=k}^i (2Y_j - 1) = 0 \text{ avec } k \text{ maximum } ( \forall k' \quad k < k' < i \quad \sum_{j=k'}^i (2Y_j - 1) \neq 0 ),$$

- $\varepsilon$  : variable binaire avec :  
 $\varepsilon = 0$  si la réalisation de la fonction et le paramètre fonctionnel varient en sens inverse,  
 $\varepsilon = 1$  si la réalisation de la fonction et le paramètre fonctionnel ont le même sens de variation.
- $m$  : moyenne (inconnue) de la population,
- $\sigma$  : écart type (inconnu) de la population,
- $\bar{x}$  : moyenne estimée,
- $s_e$  : écart type estimé (non débiaisé),
- $s$  : écart type estimé (débiaisé),
- $\beta$  : facteur de biais,
- $\nu$  : nombre de degrés de liberté.

### C.2 PRINCIPE GENERAL

Pour un lot donné de produits, et vis à vis du paramètre fonctionnel étudié, cette méthode permet d'évaluer les estimateurs de la moyenne et de l'écart-type de la loi de distribution des seuils de fonctionnement, avec un niveau de confiance donné.

Pour cela, on recourt à une séquence d'essais dont le niveau de sollicitation appliqué à chaque étape est fonction du résultat obtenu aux étapes précédentes (démarche séquentielle).

## C.2.1 CONDITIONS PARTICULIERES ET CHOIX DES PARAMETRES DU TEST

Il est nécessaire :

- de connaître le type de loi de répartition de la distribution des seuils de fonctionnement, la méthode ne permettant d'exploiter que les résultats dans le cas d'une loi normale. Dans le cas d'une loi log-normale on réalise le test en effectuant le changement de variable sur le paramètre fonctionnel retenu,
- de disposer d'un intervalle de test  $[A,B]$  délimité par deux valeurs extrêmes de la variable « sollicitation » considérée pour lesquelles il y a intuitivement 100 % de chance d'obtenir respectivement un succès ou un échec. On peut choisir un intervalle suffisamment grand, la conduite du test étant peu affectée par les bornes.

En théorie  $[m - 4\sigma, m + 4\sigma] \subset [A,B]$  satisfait cette condition.

## C.2.2 REALISATION DE LA SEQUENCE

### C.2.2.1 Conduite des essais

Le premier niveau de sollicitation appliqué  $X_1$  est donné par :

$$X_1 = \frac{1}{2}(A + B),$$

Plus généralement, pour déterminer la sollicitation du rang  $(i+1)$  la méthode consiste à dérouler la séquence à rebours à partir du rang  $i$  et à comptabiliser les fonctionnements et les non-fonctionnements.

Deux cas se présentent alors pour la détermination du niveau  $i + 1$  :

Soit il existe un premier rang  $k$  rencontré à rebours (plus grande valeur de  $k$ ) pour lequel il a été trouvé autant de succès que d'échecs, ce que traduit l'équation :

$$\sum_{j=k}^i (2Y_j - 1) = 0 \quad (1)$$

avec :  $Y_j = 1$  si le  $j^{\text{ème}}$  essai a donné lieu à un fonctionnement (succès),

$Y_j = 0$  sinon (échec).

Alors le niveau  $X_{i+1}$  est déterminé par la formule suivante :

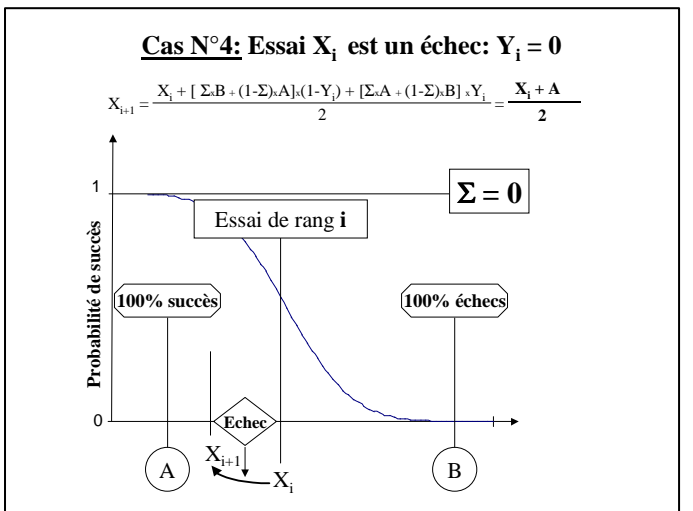
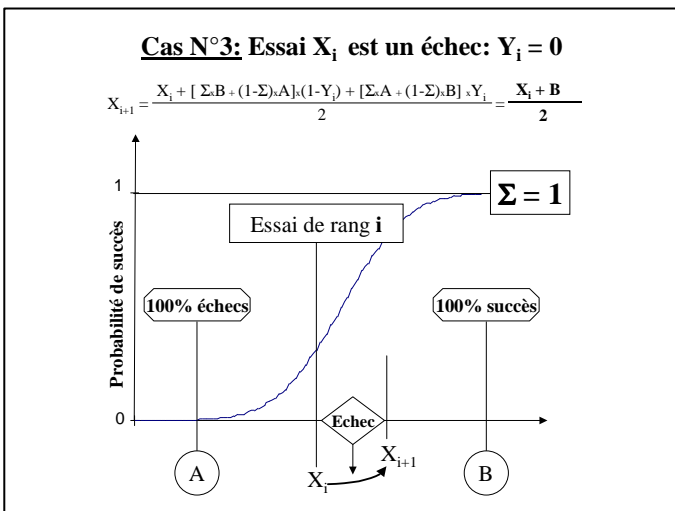
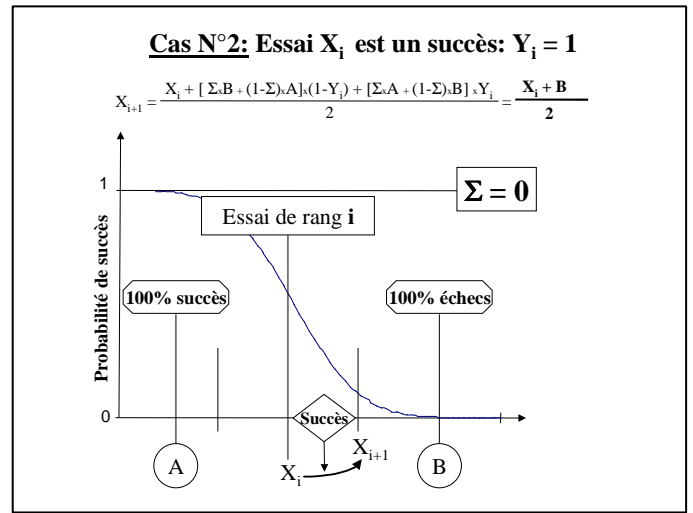
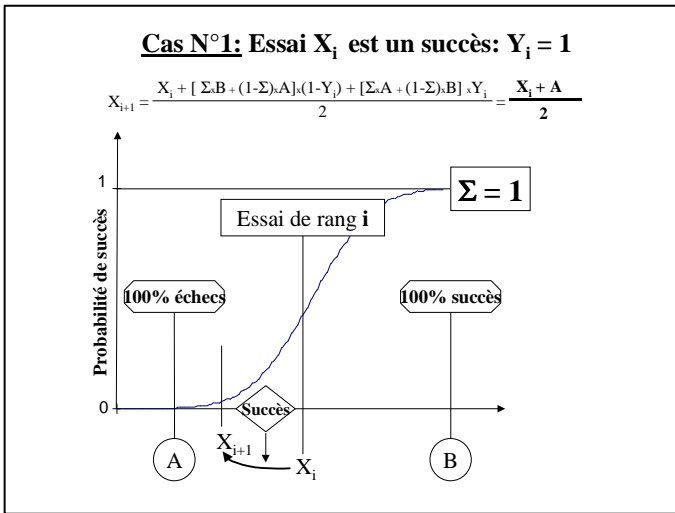
$$X_{i+1} = \frac{1}{2}(X_i + X_k).$$

Soit il n'existe pas de rang  $k$  ; dans ce cas on applique la formule suivante :

$$X_{i+1} = \frac{X_i + [\varepsilon * B + (1 - \varepsilon) * A] * (1 - Y_i) + [\varepsilon * A + (1 - \varepsilon) * B] * Y_i}{2}.$$

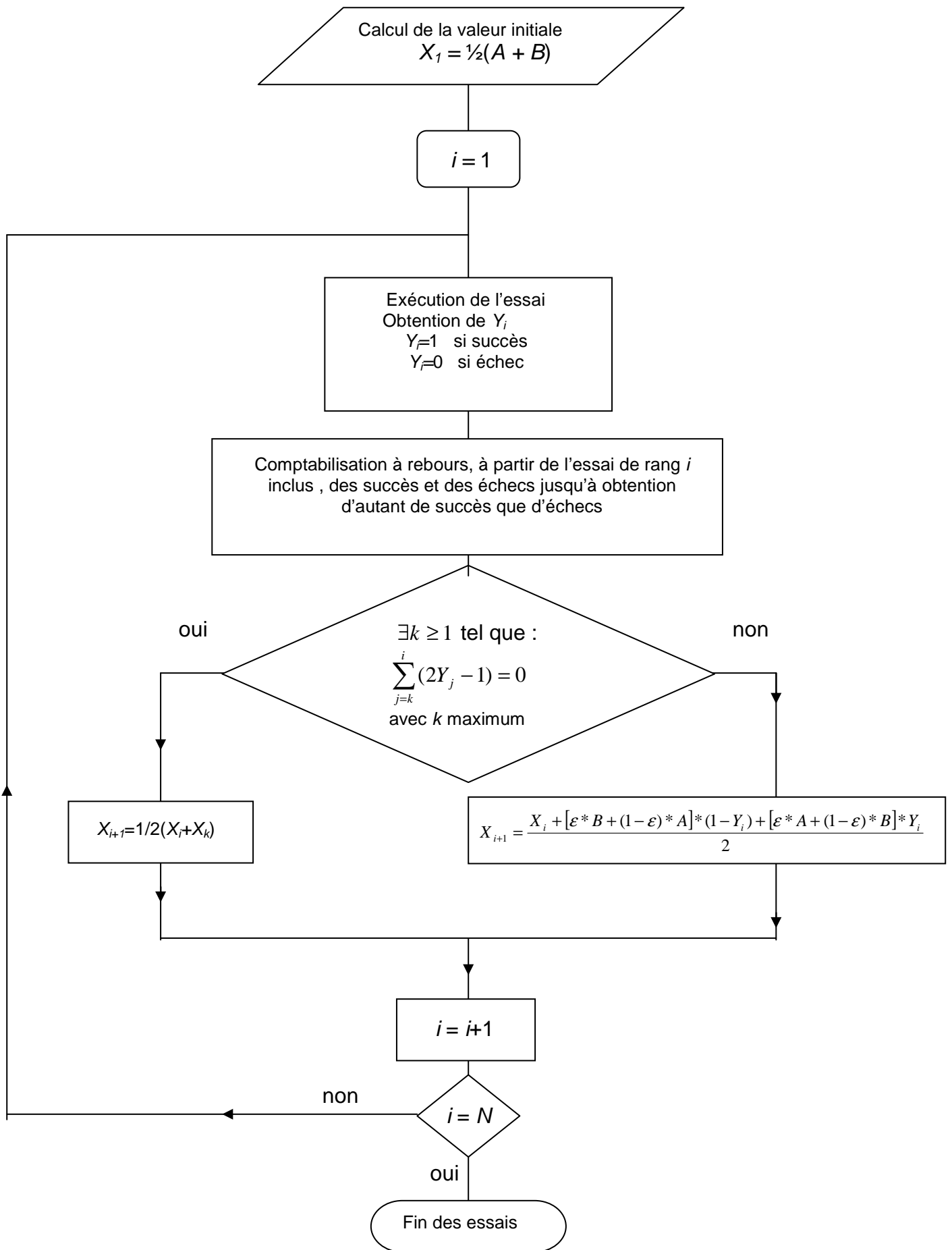
C.2.2.2 Description des différents cas rencontrés durant les essais

Quatre cas se présentent suivant le résultat  $Y_i$  et  $\varepsilon$  :



La séquence d'essais s'arrête lorsque l'on a épuisé la totalité des  $N$  éléments disponibles du lot. On dispose alors de  $N$  couples de valeurs  $(X_i, Y_i)$ , traduisant numériquement les résultats des essais.

C.2.2.3 Synoptique des essais



## C.3 EXPLOITATION DES ESSAIS

### C.3.1 OBJET

L'objet de ce chapitre est :

- d'exploiter les essais retenus,
- d'évaluer une probabilité de succès ou d'échec lors du fonctionnement, à partir de l'exploitation de la loi théorique retenue.

### C.3.2 HYPOTHESES DE DEPART

Les seuils de fonctionnement des éléments dans le lot étudié sont répartis statistiquement selon une loi normale ; celle-ci est caractérisée par une densité de probabilité :

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2 * \pi}} * \exp\left(\frac{-u^2}{2}\right),$$

où  $u$  est la variable centrée réduite  $\frac{X - m}{\sigma}$ ,

$m$  et  $\sigma$  étant respectivement la moyenne et l'écart-type de la distribution des seuils de fonctionnement, paramètres dont le calcul fait l'objet de l'exploitation numérique des résultats d'essais.

### C.3.3 CALCUL DE $\bar{x}$ ET $s$ - ESTIMATION

Le calcul de  $m$  et  $\sigma$  repose sur la recherche d'estimateurs  $\bar{x}$  et  $s_e$  qui maximisent la fonction de vraisemblance (i.e la probabilité) d'obtenir les sorties ( $Y_1, Y_2, \dots, Y_N$ ) lorsque sont appliquées les sollicitations ( $X_1, X_2, \dots, X_N$ ).

Cette fonction s'écrit :

$$\begin{aligned} V(m, \sigma) &= \prod_{i=1}^N P(Y_i / X_i) \\ &= \prod_{i=1}^N (F(X_i) * Y_i + [1 - F(X_i)] * [1 - Y_i]) \end{aligned}$$

$$\text{avec } F(X_i) = \int_{-\infty}^{X_i} \frac{1}{\sqrt{2 * \pi}} * \exp\left(\frac{-u^2}{2}\right) du$$

où  $F$  est la fonction de répartition de la normale centrée réduite,

$V$  est une fonction de  $m$  et  $\sigma$  (inconnus).



En écrivant la condition de maximum pour  $\text{Log}V(m, \sigma)$  :

$$(S) \begin{cases} \frac{\partial \text{Log}V(m, \sigma)}{\partial m} = 0 \\ \frac{\partial \text{Log}V(m, \sigma)}{\partial \sigma} = 0 \end{cases}$$

Si on prend le logarithme de la fonction de vraisemblance l'équation devient :

$$\text{Log}V(m, \sigma) = \sum_{i=1}^N \text{Log}(P(Y_i / X_i))$$

Si on pose :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_i = \frac{X_i - m}{\sigma} \quad \forall i, \\ f(u) = \frac{1}{\sqrt{2 * \pi}} * \exp\left(\frac{-u^2}{2}\right) \quad \forall u \in R \quad \text{et} \quad f_i = f(u_i) \quad \forall i, \\ h_i = \frac{Y_i}{1 - F_i} - \frac{1 - Y_i}{F_i} \quad \forall i, \\ F(u) = \int_{-\infty}^u f(y) dy \quad \forall u \in R \quad \text{et} \quad F_i = F(u_i) \quad \forall i. \end{array} \right.$$

(S) peut s'écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^N f_i * h_i = 0, \\ \sum_{i=1}^N u_i * f_i * h_i = 0, \end{array} \right.$$

$u_i, f_i, h_i$  et  $F_i$  étant fonction de  $m$  et  $\sigma$ .

La résolution du système d'équations précédent conduit aux estimateurs  $\bar{x}$  et  $s_e$  recherchés. Cependant, les équations étant de type intrinsèque, cette résolution ne peut se faire par une méthode algébrique simple. Ce système est résolu numériquement. Cette recherche du maximum de la fonction de vraisemblance (recherche des zéros de la dérivée du  $\text{Log}V(m, \sigma)$ ) réclame un point de départ  $(\bar{x}_0, s_0)$  suffisamment proche de la solution  $(\bar{x}, s_e)$ .

Pour déterminer les approximations initiales  $\bar{x}_0$  et  $s_0$ , on procède comme suit, en fonction du sens de variation du paramètre fonctionnel  $\varepsilon$  :

1. Rechercher la sollicitation la plus élevée  $X_M$  pour laquelle a été obtenue une sortie  $Y_M = 1 - \varepsilon$ ,
2. Rechercher la sollicitation la plus faible  $X_m$  pour laquelle a été obtenue une sortie  $Y_m = \varepsilon$ ,
3. Comptabiliser le nombre de niveaux de sollicitation tombant dans l'intervalle fermé  $[X_m, X_M]$ , soit  $n$
4. Calculer :

$$\bar{x}_0 = \frac{1}{2}(X_m + X_M)$$

$$s_0 = \frac{N}{8 * n}(X_M - X_m)$$

$\Rightarrow$  Si  $s_0 \leq 0$  ( $X_m < X_M$ ), le calcul est terminé. Le test est dit dégénéré.

Une dégénérescence est révélatrice d'un écart type trop faible par rapport au nombre d'essais. Cette dégénérescence est probable pour  $N < 10$  ; il faut alors augmenter le nombre d'essais. Elle est encore concevable pour  $N < 15$  mais très improbable pour  $N > 20$ .

Dans le cas d'une dégénérescence avec un nombre d'essais supérieur à 20, l'écart type est trop petit pour être évalué par cette méthode. Il est donc conseillé d'arrêter les essais.

La solution au problème est :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = 0 \text{ (i.e. trop petit pour être estimé)} \\ m \in [X_m, X_M] \end{array} \right.$$

$\Rightarrow$  Si  $s_0 > 0$  le calcul suit son cours. Notons qu'aucune garantie ne peut être apportée quant à la convergence de la recherche de zéro :  $\bar{x}$  et  $s_e$  pourront ne pas être atteints dans certain cas, d'autant plus rare que  $\frac{\sigma * N}{B - A}$  est grand.

Les valeurs  $\bar{x}$  et  $s_e$  issues du calcul sont les estimations les plus probables des paramètres de la distribution correspondant à l'échantillon essayé. Pour déterminer la valeur réelle de  $s$ , il faut tenir compte d'un biais  $\beta$  traduisant la représentativité de l'échantillon de taille limitée  $N$  pour le lot complet.

On a alors :

$$s = \frac{s_e}{\beta}$$

$\beta$  a été déterminé par des simulations de Monte Carlo :

$$\beta = -2,3 * \left(\frac{1}{N}\right)^{\frac{7}{9}} + 1$$

### C.3.4 INTERVALLES DE CONFIANCE SUR LES ESTIMATEURS

#### C.3.4.1 Intervalle de confiance sur l'estimateur de la moyenne

Il a été démontré par simulation de Monte Carlo que, pour une taille d'échantillon  $N > 30$ , la moyenne se distribue selon une loi normale :

- de moyenne  $\bar{x}$ ,
- et d'écart type  $\sqrt{\text{Var}(\bar{x})} = s * \sqrt{\frac{5.2}{N^{5/6}}}$ .

L'intervalle de confiance de la moyenne  $m$  au niveau de confiance  $1-\alpha$  s'exprime donc de la façon suivante :

$$m_- \leq m \leq m_+ \Leftrightarrow \bar{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} * \sqrt{\text{Var}(\bar{x})} \leq m \leq \bar{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} * \sqrt{\text{Var}(\bar{x})}$$

$u_{1-\alpha/2}$  étant un fractile de la loi normale centrée réduite calculable à l'aide de la table en annexe F1 ; découlant du niveau de confiance souhaité  $C = 1-\alpha$ .

#### C.3.4.2 Intervalle de confiance sur l'estimateur de l'écart-type

De même par simulation de Monte Carlo, il a été démontré que, pour une taille d'échantillon  $N > 30$ , la

fonction  $\frac{v * s}{\beta * \sigma}$  suit une loi du  $\chi^2$  à  $v$  degrés de liberté avec :

$$v = \frac{2 * \beta^2 * s^2}{\text{Var}(s)} = \frac{2 * \beta^2}{1,5} * N^{(5/7)} ; \text{arrondi à l'entier le plus proche.}$$

L'intervalle de confiance de l'écart-type  $\sigma$  au niveau de confiance  $C = 1-\alpha$  s'exprime donc de la façon suivante :

$$\frac{v * s}{\chi_{(v, \alpha/2)}^2} \leq \sigma \leq \frac{v * s}{\chi_{(v, 1-\alpha/2)}^2}$$

La table de l'annexe F2 donne les fractiles  $\chi_{\alpha/2}^2$  et  $\chi_{1-\alpha/2}^2$  d'ordre  $\alpha/2$  de la loi du  $\chi^2$ , en fonction du nombre de degrés de liberté  $v$  et pour un niveau de confiance  $C = 1-\alpha$  donné.

## D. EXEMPLE D'APPLICATION

Afin d'illustrer la méthode One-Shot, nous proposons un exemple portant sur un lot d'inflammateurs électro-pyrotechniques.

Pour faciliter l'apprentissage de la méthode, nous allons expliquer toutes les étapes de construction et d'exploitation du test sous Microsoft EXCEL 97®.

### D.1 CONDITIONS DU TEST

Les conditions d'application du test de One-Shot sont les suivantes :

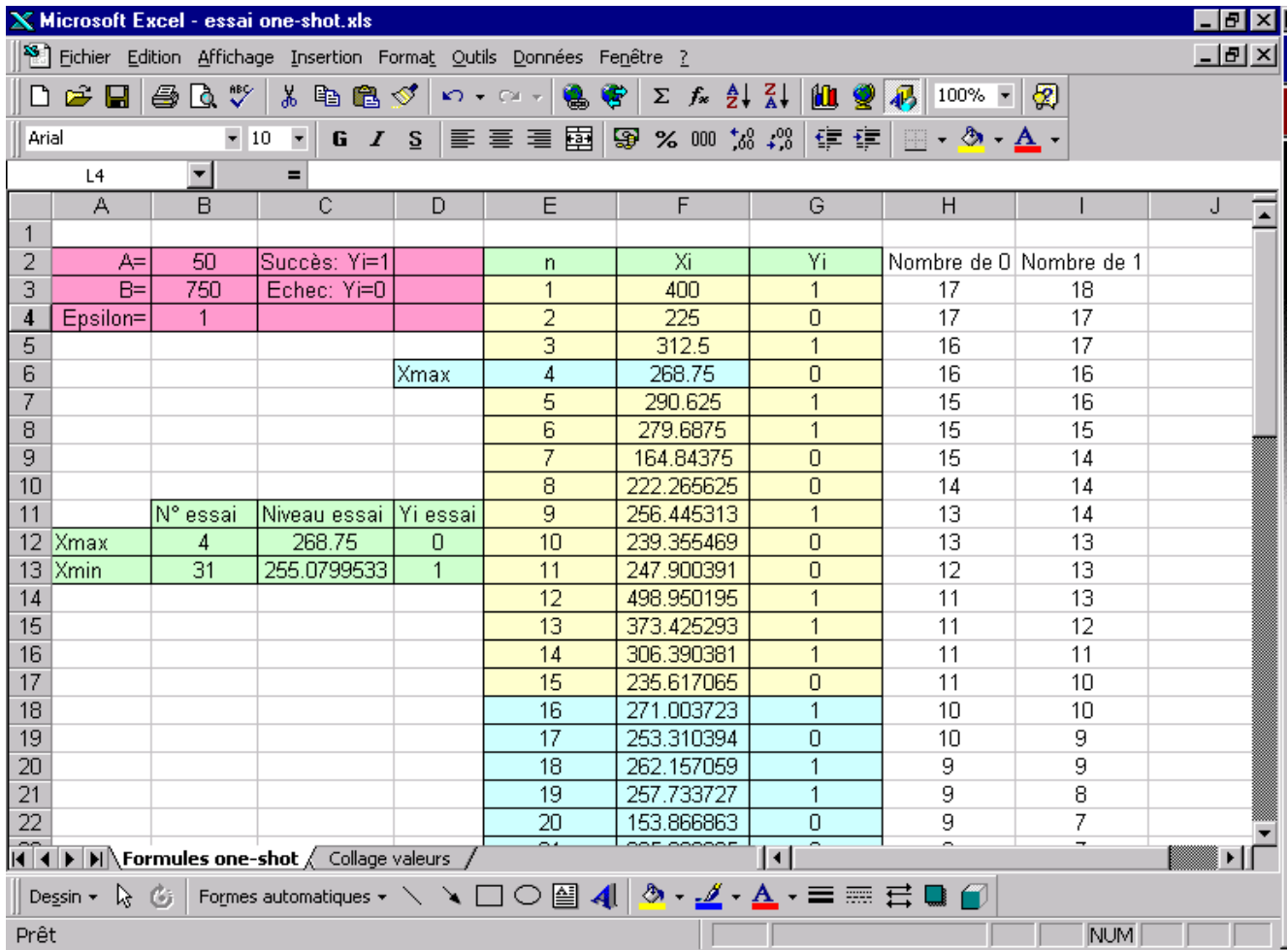
- a) Le paramètre fonctionnel étudié est l'intensité du courant de mise à feu. Celle-ci est ajustable grâce à une mise à feu programmable.
- b) Le critère de succès est le fonctionnement de l'inflammateur matérialisé par l'apparition d'une flamme émise par l'inflammateur, et mise en évidence par un capteur optique.
- c) On suppose que la distribution des seuils de fonctionnement en fonction de l'intensité du courant de mise à feu suit une loi normale.
- d) On dispose de 35 inflammateurs issus d'un lot de qualification satisfaisant les recommandations du § B.3.2.1.
- e) Lors du développement de l'inflammateurs, on a mis en évidence qu'un courant de mise à feu de :
  - 50 mA conduisait systématiquement à un échec,
  - 750 mA conduisait systématiquement à un succès.

### D.2 DETERMINATION DE L'INTERVALLE DES NIVEAUX DE TEST

On choisit donc de réaliser les essais avec des intensité de mise à feu comprise dans un intervalle de départ  $[A,B] = [50 \text{ mA}, 750 \text{ mA}]$ .

### D.3 DEROULEMENT DES ESSAIS

Nous effectuons les tirs conformément à la stratégie du § C.2. Pour nous aider à la détermination des niveaux de test, nous avons programmé une feuille EXCEL dont un extrait figure ci-dessous :



Nous avons programmé les formules suivantes :

Cellule	Formule EXCEL	Commentaire
F4	=SI(G3="";""; (F3+(\$B\$4*\$B\$3+(1-\$B\$4)*\$B\$2)*(1-G3)+(\$B\$4*\$B\$2+(1-\$B\$4)*\$B\$3)*G3)/2)	C'est la formule générale du §C.2.2.2 : $X_{i+1} = \frac{X_i + [\sum_x B + (1-\Sigma_x)A]_x(1-Y_i) + [\sum_x A + (1-\Sigma_x)B]_x Y_i}{2}$
G4	0 si échec ou 1 si succès	C'est la valeur que prend $Y_i$
H4	=SI(G4="";0;SI(G4=0;H5+1;H5))	Compte à rebours le nombre de 0 dans la colonne G
I4	=SI(G4="";0;SI(G4=1;I5+1;I5))	Compte à rebours le nombre de 1 dans la colonne G

Nota : La formule en colonne F sera, selon les cas, conservée ou remplacée (Cf. § C2.2.3).

1. La 1<sup>o</sup> valeur de l'essai N°1 vaut bien sûr :

$$X_1 = \frac{A+B}{2} \text{ (cellule F3 du tableau EXCEL)}$$

2. Les autres formules sont calculées comme pour la ligne 4 du tableau EXCEL ; elles sont à incrémenter pour les autres lignes,

Si on arrive à trouver un rang d'essais k (k < i), tel qu'on trouve un nombre égal de 0 et de 1 dans la colonne G (égalité des nombre calculés dans les colonnes H et I), on recalcule la valeur du niveau d'essais X<sub>i+1</sub> :

$$X_{i+1} = \frac{X_i + X_k}{2}$$

Dans le cas contraire, on garde la valeur calculée par la formule de la colonne F.

Pour aider à l'utilisation de la feuille de calcul, nous avons reproduit ci-après les premiers essais :

☞ Suite à l'essai N°1 (succès), on calcule le niveau de l'essai N°2 avec la formule programmée en cellule F4 :

	A	B	C	D	E	F	G		
1									
2	A=	50	Succès: Yi=1		n	Xi	Yi	Nombre de 0	Nombre de 1
3	B=	750	Echec: Yi=0		1	400	1	0	1
4	Epsilon=	1			2	225		0	0
5					3			0	0
6					4			0	0
7					5			0	0
8					6			0	0
9					7			0	0
10					8			0	0
11					9			0	0

$$X_1 = \frac{A+B}{2}$$

$$X_2 = \frac{X_1 + A}{2}$$

☞ Suite à l'essai N°2 (échec), on constate que l'essai de rang 1 et le premier essais rencontré en remontant où il y a égalité entre les nombres d'échec et de succès : on calcule le niveau de l'essai N°2 en remplaçant la formule programmée en cellule F5 par la valeur moyenne des niveaux des essais des rangs 1 et 2 :

**Egalité entre le nombre de succès et d'échecs : Rang 1**

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2	A=	50	Succès: Yi=1		n	Xi	Yi	Nombre de 0	Nombre de 1
3	B=	750	Echec: Yi=0		1	400	1	1	1
4	Epsilon=	1			2	225	0	1	0
5					3	312.5		0	0
6					4			0	0
7					5			0	0
8					6			0	0
9					7			0	0

$$X_3 = \frac{X_1 + X_2}{2}$$

☞ Suite à l'essai N°3 (succès), on constate que l'essai de rang 2 et le premier essai rencontré en remontant où il y a égalité entre les nombres d'échec et de succès : on calcule le niveau de l'essai N°3 en remplaçant la formule programmée en cellule F6 par la valeur moyenne des niveaux des essais des rangs 2 et 3 :

**Egalité entre le nombre de succès et d'échecs : Rang 2**

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2	A=	50	Succès: Yi=1		n	Xi	Yi	Nombre de 0	Nombre de 1
3	B=	750	Echec: Yi=0		1	400	1	1	2
4	Epsilon=	1			2	225	0	1	1
5					3	312.5	1	0	1
6					4	268.75		0	0
7					5			0	0
8					6			0	0
9					7			0	0
10					8			0	0
11					9			0	0

$$X_4 = \frac{X_2 + X_3}{2}$$

☞ Suite à l'essai N°4 (échec), on constate que l'essai de rang 3 et le premier essai rencontré en remontant où il y a égalité entre les nombres d'échec et de succès (le rang 1, qui satisfait aussi cette condition d'égalité, est le deuxième rang d'essai rencontré à rebours : il n'est donc pas pris en compte) : on calcule le niveau de l'essai N°5 en remplaçant la formule programmée en cellule F7 par la valeur moyenne des niveaux des essais des rangs 3 et 4 :

**Egalité entre le nombre de succès et d'échecs : Rangs 3 et 1**

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2	A=	50	Succès: Yi=1		n	Xi	Yi	Nombre de 0	Nombre de 1
3	B=	750	Echec: Yi=0		1	400	1	2	2
4	Epsilon=	1			2	225	0	2	1
5					3	312.5	1	1	1
6					4	268.75	0	1	0
7					5	290.625		0	0
8					6			0	0
9					7			0	0
10					8			0	0
11					9			0	0

$$X_5 = \frac{X_3 + X_4}{2}$$

☞ Pour la suite, on continue cette démarche, et s'il arrive un essai pour lequel on ne trouve pas de rang k avec égalité du nombre des succès et des échecs, on garde alors le résultat calculé par la formule de la colonne F ; par exemple, le premier essai où ce cas réapparaît est l'essai N°6 (succès), et le niveau de l'essai N°7 est celui calculé avec la formule programmée en cellule F9 :

**Pas de niveau ou il y a égalité entre les nombres de succès et d'échecs**

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2	A=	50	Succès: Yi=1		n	Xi	Yi	Nombre de 0	Nombre de 1
3	B=	750	Echec: Yi=0		1	400	1	2	4
4	Epsilon=	1			2	225	0	2	3
5					3	312.5	1	1	3
6					4	268.75	0	1	2
7					5	290.625	1	0	2
8					6	279.6875	1	0	1
9					7	164.84375		0	0

$$X_7 = \frac{X_6 + A}{2}$$



## D.4 RESULTATS DES ESSAIS

Nous avons obtenu les résultats d'essais suivants :

$i$	$X_i$	$Y_i$
1	400	1
2	225	0
3	312.5	1
4	268.75	0
5	290.625	1
6	279.6875	1
7	164.84375	0
8	222.265625	0
9	256.445313	1
10	239.355469	0
11	247.900391	0
12	498.950195	1
13	373.425293	1
14	306.390381	1
15	235.617065	0
16	271.003723	1
17	253.310394	0
18	262.157059	1

$i$	$X_i$	$Y_i$
19	257.733727	1
20	153.866863	0
21	205.800295	0
22	233.978677	0
23	303.701985	1
24	268.840331	1
25	237.320313	0
26	253.080322	0
27	278.391153	1
28	265.735738	1
29	251.528025	0
30	258.631881	1
31	255.079953	1
32	204.473408	0
33	229.776681	0
34	244.204281	0
35	261.297717	1

## D.5 EXPLOITATION DES ESSAIS

En effectuant un tri multicritères sous EXCEL (1° critère :  $Y_i$  croissant & 2° critère :  $X_i$  croissant), on trouve les valeurs de  $X_M$  et  $X_m$  :

$$X_M = X_4 = 268,75 \text{ mA (intensité maximale parmi les } Y_i = 0),$$

$$X_m = X_{31} = 255,08 \text{ mA (intensité minimale parmi les } Y_i = 1).$$

Puis en effectuant un tri monocritère sous EXCEL ( $X_i$  croissant), on trouve le nombre  $n$  de niveaux compris entre  $X_m$  et  $X_M$  inclus :

$$n = 8$$

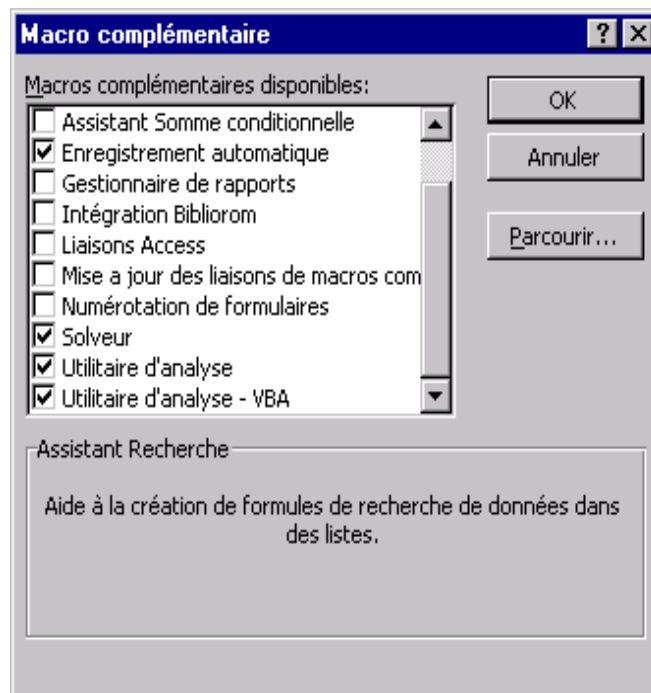
On peut donc calculer les valeurs  $\bar{x}_0$  et  $s_0$  ; on a :

$$\bar{x}_0 = \frac{X_m + X_M}{2} = 261,915 \text{ mA}$$

$$s_0 = \frac{N}{8 * n} * (X_M - X_m) = 7,476 \text{ mA}$$

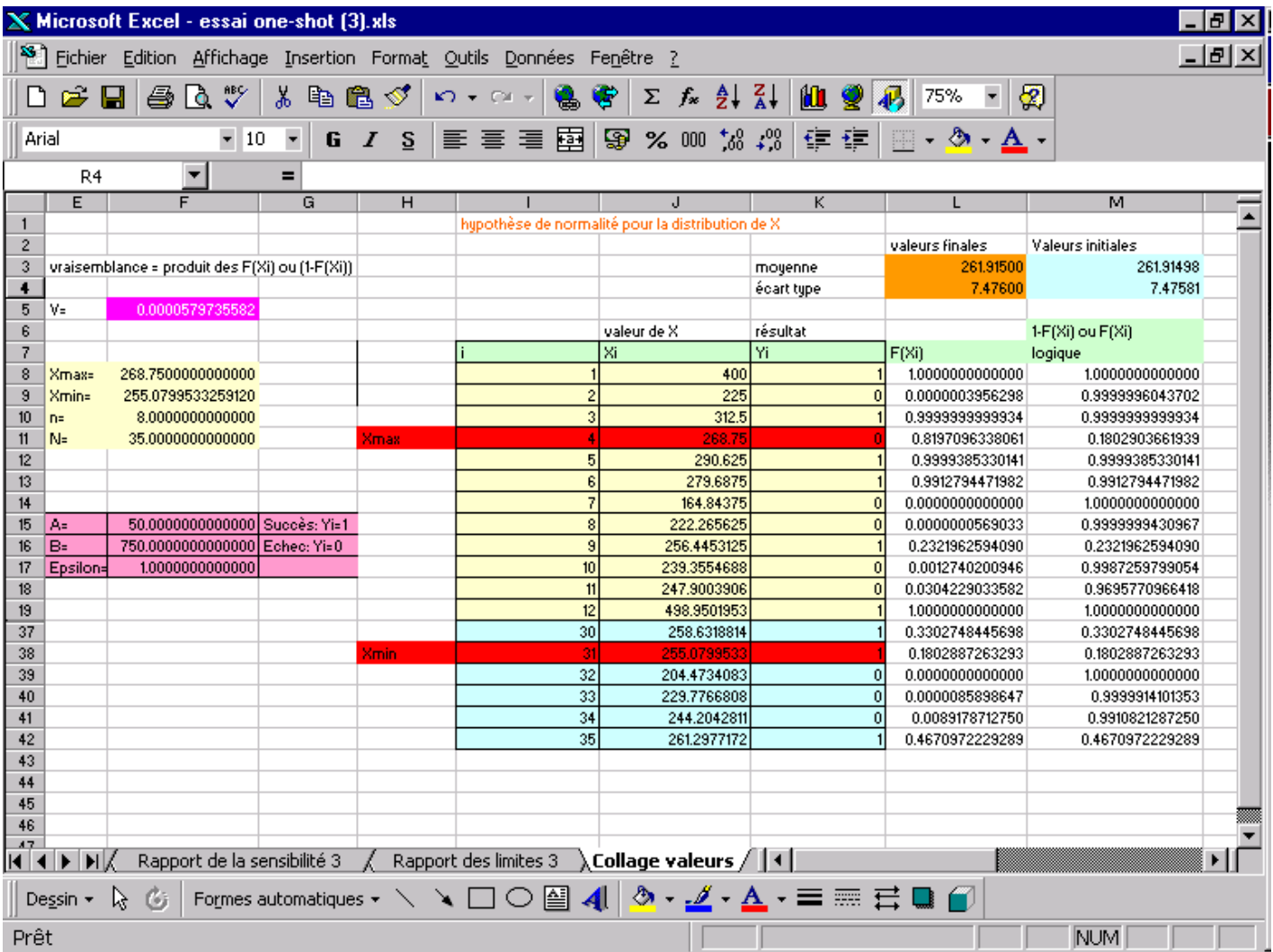
Le test n'est donc pas dégénéré.

Nous allons donc passer au calcul de  $\bar{x}$  et de  $s_e$ . Pour cela nous utilisons le solveur EXCEL. Dans un premier temps, il est nécessaire de l'activer par le menu « **Outils\Macros complémentaires...** ». Une boîte de dialogue apparaît, dans laquelle on coche l'option « **Solveur** » :



A partir de ce moment, le solveur est actif.

Nous construisons alors une feuille de calcul dont le modèle est le suivant :



**Nota :** Pour des raisons de représentation graphique, les lignes 20 à 36 n'apparaissent pas.

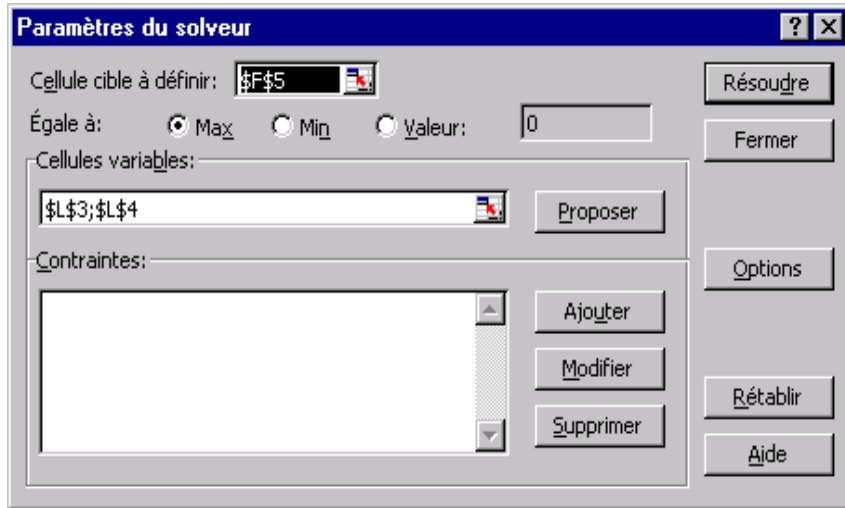
Dans cette feuille de calcul, nous avons programmé les formules suivantes :

Cellule	Formule EXCEL	Commentaire
\$L\$3	261,915	Valeur de départ de la moyenne : $\bar{x}_0$
\$L\$4	7,476	Valeur de départ de l'écart-type : $S_0$
L8	=LOI.NORMALE(\$J8;\$L\$3;\$L\$4;VRAI)	Valeur normale de la variable centrée réduite du niveau d'essai
M8	=SI((K8=1);L8;(1-L8))	Valeur normale si succès, ou son complémentaire si échec
\$F\$5	=PRODUIT(\$M\$8:\$M\$42)	Calcul de la fonction de vraisemblance V

**Nota :**

1. Les formules en colonnes **L** et **M** sont données pour la ligne N°8 du tableau EXCEL ; elles sont à incrémenter pour les autres lignes,
2. Les cellules **\$L\$3**, **\$L\$4** et **\$F\$5** vont servir à la recherche du maximum de vraisemblance  $V$  par le solveur d'EXCEL.

Pour lancer le solveur, il suffit d'exécuter la commande de menu « **Outils\Solveur...** », dans la barre de menu EXCEL ; on obtient la boîte de dialogue suivante :



Dans cette boîte de dialogue, on définit les paramètres du calcul à résoudre :

- cellule cible : **\$F\$5** (Fonction de vraisemblance à maximiser),
- cellules variables : **\$L\$3** et **\$L\$4** (valeur de  $\bar{x}_0$  et  $s_0$ , qui deviendront les valeurs  $\bar{x}$  et  $S_e$  à calculer),
- sélection du bouton « **Max** » (indique que l'on cherche à résoudre le maximum de vraisemblance sur la cellule **\$F\$5**).

Puis, on lance le solveur en cliquant sur le bouton « **Résoudre** ».

Remarque importante : la précision du solveur (bouton « **Options** » dans la boîte de dialogue) doit être inférieure à la fonction de vraisemblance  $V$  initiale.

On clique sur la commande « **Continuer** » autant de fois que le solveur le demande, jusqu'à l'arrêt du calcul, car le solveur EXCEL réalise un calcul pas à pas.

A l'issue du calcul, il suffit de lire le résultat dans les cellules : **\$L\$3** et **\$L\$4** (valeur de  $\bar{x}$  et  $S_e$  à calculer).

Nous avons obtenu les résultats suivants :

$$\bar{x} = 256,02 \text{ mA}$$

$$s_e = 8,37 \text{ mA}$$

## D.6 INTERVALLE DE CONFIANCE SUR LA MOYENNE

Ensuite, nous calculons le facteur de biais sur l'écart-type :

$$\beta = 1 - 2,3 * \left(\frac{1}{N}\right)^{\frac{7}{9}} = 0,8551941778$$

D'où l'on tire la valeur de l'écart-type débiaisé :

$$s = \frac{s_e}{\beta} = 9,787 \text{ mA}$$

En résumé, on a les résultats suivants :

$\bar{x} = 256,02 \text{ mA}$ $s = 9,787 \text{ mA}$
--

## D.7 INTERVALLE DE CONFIANCE SUR LA MOYENNE

On calcule la variance de la moyenne :

$$Var(\bar{x}) = \frac{5,2 * s^2}{\frac{6}{N^5}} = 6,9891$$

Pour C = 1-α=90%, on détermine le fractile de la loi normale :  $U_{0,95} = 1,64561125$  ; on a alors :

$$251,67 \text{ mA} = \bar{x} - u_{0,95} * \sqrt{Var(\bar{x})} < m < \bar{x} + u_{0,95} * \sqrt{Var(\bar{x})} = 260,37 \text{ mA}$$

## D.8 INTERVALLE DE CONFIANCE SUR L'ECART-TYPE

On calcule d'abord la variance de l'écart-type s :

$$Var(s) = \frac{1,5 * s^2}{\frac{5}{N^7}} = 11,33665 \text{ mA}^2$$

Puis on détermine le nombre de degrés de liberté du Khi-Deux :

$$v = \frac{2\beta^2 s^2}{Var(s)} = 12,35 \approx 12$$

Pour C = 1-α = 90%, on détermine les valeurs des fractiles du Khi-Deux :

$$\chi^2_{(12, 0,95)} = 5,23 \quad \text{et} \quad \chi^2_{(12, 0,05)} = 21,03$$

D'où l'on tire que :

$$5,58 \text{ mA} = \frac{v * s}{\chi^2_{(12, 0,05)}} < \sigma < \frac{v * s}{\chi^2_{(12, 0,95)}} = 22,4 \text{ mA}$$

## D.9 EVALUATION DE LA FIABILITE DE L'INFLAMMATEUR

La valeur nominale  $x_{nom}$  du paramètre  $x$  (courant de mise à feu) permet de calculer la fiabilité du dispositif à un niveau de confiance  $(1-\alpha/2)^2$  donné en utilisant les estimations de  $m$  et  $\sigma$  à ce niveau de confiance :

$$R_{(1-\alpha/2)^2} = F\left(\frac{|X_{nom} - m_+|}{S_+}\right)$$

où  $F(t)$  est la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

En prenant un niveau de confiance  $C = 1-\alpha = 90\%$ , on a les bornes des intervalles de confiance bilatéraux de la moyenne et de l'écart-type:  **$m_+ = 260,37 \text{ mA}$**  et  **$s_+ = 22,45 \text{ mA}$**

L'intensité de mise à feu, recommandée par le fabricant, est de 350 mA ; d'où l'on tire la fiabilité au niveau de confiance  $(1-\alpha/2)^2 = 90,25\%$  :

$$R_{90,25\%} = F(3,99) = 0,999967$$

L'inflamateur étudié possède une fiabilité de fonctionnement de **0,999967**, au niveau de confiance **90,25%** sous un courant de mise à feu de 350 mA.

## E. CONCLUSION

Cette recommandation expose la procédure de mise en œuvre de la méthode One-Shot applicable à l'évaluation d'une probabilité de succès ou d'échec, lors du fonctionnement d'un dispositif monocoup. Elle explicite la démarche à suivre (conditions de mise en œuvre proprement dite) en insistant notamment sur :

- la détermination des niveaux d'essais,
- la conduite des essais,
- l'exploitation des résultats.

Elle permet d'évaluer la moyenne et l'écart-type d'un échantillon de taille supérieur à 30 en supposant que les seuils de fonctionnement du paramètre fonctionnel qui caractérise cet échantillon suivent une loi de probabilité normale ou log-normale. Ces évaluations étendues à une population infinie, et assorties d'un niveau de confiance donné, permettent de chiffrer la probabilité de réalisation de la fonction du dispositif monocoup sous l'effet d'un niveau de sollicitation défini.

Cette méthode présente l'avantage d'être applicable sans connaissance à priori de la moyenne et de l'écart type de la population. De même elle permet de converger rapidement vers les niveaux proches de la moyenne.





**E.2 TABLE DE KHI-DEUX**

Valeurs de  $\chi^2(v,\alpha)$  en fonction d'un nombre de degrés de liberté  $v$  et pour un risque  $\alpha$

v d.d.l.	Valeurs de $\alpha$														
	0.99	0.975	0.95	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.05	0.025	0.01
1	0.0002	0.001	0.0039	0.0158	0.0642	0.1485	0.275	0.4549	0.7083	1.0742	1.6424	2.7055	3.8415	5.0239	6.6349
2	0.0201	0.0506	0.1026	0.2107	0.4463	0.7133	1.0217	1.3863	1.8326	2.4079	3.2189	4.6052	5.9915	7.3778	9.2104
3	0.1148	0.2158	0.3518	0.5844	1.0052	1.4237	1.8692	2.366	2.9462	3.6649	4.6416	6.2514	7.8147	9.3484	11.345
4	0.2971	0.4844	0.7107	1.0636	1.6488	2.1947	2.7528	3.3567	4.0446	4.8784	5.9886	7.7794	9.4877	11.143	13.277
5	0.5543	0.8312	1.1455	1.6103	2.3425	2.9999	3.6555	4.3515	5.1319	6.0644	7.2893	9.2363	11.07	12.832	15.086
6	0.8721	1.2373	1.6354	2.2041	3.0701	3.8276	4.5702	5.3481	6.2108	7.2311	8.5581	10.645	12.592	14.449	16.812
7	1.239	1.6899	2.1673	2.8331	3.8223	4.6713	5.4932	6.3458	7.2832	8.3834	9.8032	12.017	14.067	16.013	18.475
8	1.6465	2.1797	2.7326	3.4895	4.5936	5.5274	6.4226	7.3441	8.3505	9.5245	11.03	13.362	15.507	17.535	20.09
9	2.0879	2.7004	3.3251	4.1682	5.3801	6.3933	7.357	8.3428	9.4136	10.656	12.242	14.684	16.919	19.023	21.666
10	2.5582	3.247	3.9403	4.8652	6.1791	7.2672	8.2955	9.3418	10.473	11.781	13.442	15.987	18.307	20.483	23.209
11	3.0535	3.8157	4.5748	5.5778	6.9887	8.1479	9.2373	10.341	11.53	12.899	14.631	17.275	19.675	21.92	24.725
12	3.5706	4.4038	5.226	6.3038	7.8073	9.0343	10.182	11.34	12.584	14.011	15.812	18.549	21.026	23.337	26.217
13	4.1069	5.0087	5.8919	7.0415	8.6339	9.9257	11.129	12.34	13.636	15.119	16.985	19.812	22.362	24.736	27.688
14	4.6604	5.6287	6.5706	7.7895	9.4673	10.821	12.078	13.339	14.685	16.222	18.151	21.064	23.685	26.119	29.141
15	5.2294	6.2621	7.2609	8.5468	10.307	11.721	13.03	14.339	15.733	17.322	19.311	22.307	24.996	27.488	30.578
16	5.8122	6.9077	7.9616	9.3122	11.152	12.624	13.983	15.338	16.78	18.418	20.465	23.542	26.296	28.845	32
17	6.4077	7.5642	8.6718	10.085	12.002	13.531	14.937	16.338	17.824	19.511	21.615	24.769	27.587	30.191	33.409
18	7.0149	8.2307	9.3904	10.865	12.857	14.44	15.893	17.338	18.868	20.601	22.76	25.989	28.869	31.526	34.805
19	7.6327	8.9065	10.117	11.651	13.716	15.352	16.85	18.338	19.91	21.689	23.9	27.204	30.144	32.852	36.191
20	8.2604	9.5908	10.851	12.443	14.578	16.266	17.809	19.337	20.951	22.775	25.038	28.412	31.41	34.17	37.566
21	8.8972	10.283	11.591	13.24	15.445	17.182	18.768	20.337	21.992	23.858	26.171	29.615	32.671	35.479	38.932
22	9.5425	10.982	12.338	14.041	16.314	18.101	19.729	21.337	23.031	24.939	27.301	30.813	33.924	36.781	40.289
23	10.196	11.689	13.091	14.848	17.187	19.021	20.69	22.337	24.069	26.018	28.429	32.007	35.172	38.076	41.638
24	10.856	12.401	13.848	15.659	18.062	19.943	21.652	23.337	25.106	27.096	29.553	33.196	36.415	39.364	42.98
25	11.524	13.12	14.611	16.473	18.94	20.867	22.616	24.337	26.143	28.172	30.675	34.382	37.652	40.646	44.314
26	12.198	13.844	15.379	17.292	19.82	21.792	23.579	25.336	27.179	29.246	31.795	35.563	38.885	41.923	45.642
27	12.878	14.573	16.151	18.114	20.703	22.719	24.544	26.336	28.214	30.319	32.912	36.741	40.113	43.195	46.963
28	13.565	15.308	16.928	18.939	21.588	23.647	25.509	27.336	29.249	31.391	34.027	37.916	41.337	44.461	48.278
29	14.256	16.047	17.708	19.768	22.475	24.577	26.475	28.336	30.283	32.461	35.139	39.087	42.557	45.722	49.588
30	14.953	16.791	18.493	20.599	23.364	25.508	27.442	29.336	31.316	33.53	36.25	40.256	43.773	46.979	50.892
31	15.655	17.539	19.281	21.434	24.255	26.44	28.409	30.336	32.349	34.598	37.359	41.422	44.985	48.232	52.191
32	16.362	18.291	20.072	22.271	25.148	27.373	29.376	31.336	33.381	35.665	38.466	42.585	46.194	49.48	53.486
33	17.073	19.047	20.867	23.11	26.042	28.307	30.344	32.336	34.413	36.731	39.572	43.745	47.4	50.725	54.775
34	17.789	19.806	21.664	23.952	26.938	29.242	31.313	33.336	35.444	37.795	40.676	44.903	48.602	51.966	56.061
35	18.509	20.569	22.465	24.797	27.836	30.178	32.282	34.336	36.475	38.859	41.778	46.059	49.802	53.203	57.342
36	19.233	21.336	23.269	25.643	28.735	31.115	33.252	35.336	37.505	39.922	42.879	47.212	50.998	54.437	58.619
37	19.96	22.106	24.075	26.492	29.635	32.053	34.222	36.336	38.535	40.984	43.978	48.363	52.192	55.668	59.893
38	20.691	22.878	24.884	27.343	30.537	32.992	35.192	37.335	39.564	42.045	45.076	49.513	53.384	56.895	61.162
39	21.426	23.654	25.695	28.196	31.441	33.932	36.163	38.335	40.593	43.105	46.173	50.66	54.572	58.12	62.428
40	22.164	24.433	26.509	29.051	32.345	34.872	37.134	39.335	41.622	44.165	47.269	51.805	55.758	59.342	63.691
41	22.906	25.215	27.326	29.907	33.251	35.813	38.105	40.335	42.651	45.224	48.363	52.949	56.942	60.561	64.95
42	23.65	25.999	28.144	30.765	34.157	36.755	39.077	41.335	43.679	46.282	49.456	54.09	58.124	61.777	66.206
43	24.398	26.785	28.965	31.625	35.065	37.698	40.05	42.335	44.706	47.339	50.548	55.23	59.304	62.99	67.459
44	25.148	27.575	29.787	32.487	35.974	38.641	41.022	43.335	45.734	48.396	51.639	56.369	60.481	64.201	68.71
45	25.901	28.366	30.612	33.35	36.884	39.585	41.995	44.335	46.761	49.452	52.729	57.505	61.656	65.41	69.957
46	26.657	29.16	31.439	34.215	37.795	40.529	42.968	45.335	47.787	50.507	53.818	58.641	62.83	66.616	71.201
47	27.416	29.956	32.268	35.081	38.708	41.474	43.942	46.335	48.814	51.562	54.906	59.774	64.001	67.821	72.443
48	28.177	30.754	33.098	35.949	39.621	42.42	44.915	47.335	49.84	52.616	55.993	60.907	65.171	69.023	73.683
49	28.941	31.555	33.93	36.818	40.534	43.366	45.889	48.335	50.866	53.67	57.079	62.038	66.339	70.222	74.919
50	29.707	32.357	34.764	37.689	41.449	44.313	46.864	49.335	51.892	54.723	58.164	63.167	67.505	71.42	76.154

**Table de Khi-deux (suite)**

v d.d.l.	Valeurs de $\alpha$														
	0.99	0.975	0.95	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.05	0.025	0.01
51	30.475	33.162	35.6	38.56	42.365	45.261	47.838	50.335	52.917	55.775	59.248	64.295	68.669	72.616	77.386
52	31.246	33.968	36.437	39.433	43.281	46.209	48.813	51.335	53.942	56.827	60.332	65.422	69.832	73.81	78.616
53	32.019	34.776	37.276	40.308	44.199	47.157	49.788	52.335	54.967	57.879	61.414	66.548	70.993	75.002	79.843
54	32.793	35.586	38.116	41.183	45.117	48.106	50.764	53.335	55.992	58.93	62.496	67.673	72.153	76.192	81.069
55	33.571	36.398	38.958	42.06	46.036	49.055	51.739	54.335	57.016	59.98	63.577	68.796	73.311	77.38	82.292
56	34.35	37.212	39.801	42.937	46.955	50.005	52.715	55.335	58.04	61.031	64.658	69.919	74.468	78.567	83.514
57	35.131	38.027	40.646	43.816	47.876	50.956	53.691	56.335	59.064	62.08	65.737	71.04	75.624	79.752	84.733
58	35.914	38.844	41.492	44.696	48.797	51.906	54.667	57.335	60.088	63.129	66.816	72.16	76.778	80.936	85.95
59	36.698	39.662	42.339	45.577	49.718	52.858	55.643	58.335	61.111	64.178	67.894	73.279	77.93	82.117	87.166
60	37.485	40.482	43.188	46.459	50.641	53.809	56.62	59.335	62.135	65.226	68.972	74.397	79.082	83.298	88.379
61	38.273	41.303	44.038	47.342	51.564	54.761	57.597	60.335	63.158	66.274	70.049	75.514	80.232	84.476	89.591
62	39.063	42.126	44.889	48.226	52.487	55.714	58.574	61.335	64.181	67.322	71.125	76.63	81.381	85.654	90.802
63	39.855	42.95	45.741	49.111	53.412	56.666	59.551	62.335	65.204	68.369	72.201	77.745	82.529	86.83	92.01
64	40.649	43.776	46.595	49.996	54.336	57.62	60.528	63.335	66.226	69.416	73.276	78.86	83.675	88.004	93.217
65	41.444	44.603	47.45	50.883	55.262	58.573	61.506	64.335	67.249	70.462	74.351	79.973	84.821	89.177	94.422
66	42.24	45.431	48.305	51.77	56.188	59.527	62.484	65.335	68.271	71.508	75.424	81.085	85.965	90.349	95.626
67	43.038	46.261	49.162	52.659	57.115	60.481	63.461	66.335	69.293	72.554	76.498	82.197	87.108	91.519	96.828
68	43.838	47.092	50.02	53.548	58.042	61.436	64.44	67.335	70.315	73.6	77.571	83.308	88.25	92.688	98.028
69	44.639	47.924	50.879	54.438	58.97	62.391	65.418	68.334	71.337	74.645	78.643	84.418	89.391	93.856	99.227
70	45.442	48.758	51.739	55.329	59.898	63.346	66.396	69.334	72.358	75.689	79.715	85.527	90.531	95.023	100.43
71	46.246	49.592	52.6	56.221	60.827	64.302	67.375	70.334	73.38	76.734	80.786	86.635	91.67	96.189	101.62
72	47.051	50.428	53.462	57.113	61.756	65.258	68.353	71.334	74.401	77.778	81.857	87.743	92.808	97.353	102.82
73	47.858	51.265	54.325	58.006	62.686	66.214	69.332	72.334	75.422	78.821	82.927	88.85	93.945	98.516	104.01
74	48.666	52.103	55.189	58.9	63.616	67.17	70.311	73.334	76.443	79.865	83.997	89.956	95.081	99.678	105.2
75	49.475	52.942	56.054	59.795	64.547	68.127	71.29	74.334	77.464	80.908	85.066	91.061	96.217	100.84	106.39
76	50.286	53.782	56.92	60.69	65.478	69.084	72.27	75.334	78.485	81.951	86.135	92.166	97.351	102	107.58
77	51.097	54.623	57.786	61.586	66.409	70.042	73.249	76.334	79.505	82.994	87.203	93.27	98.484	103.16	108.77
78	51.91	55.466	58.654	62.483	67.341	70.999	74.228	77.334	80.526	84.036	88.271	94.374	99.617	104.32	109.96
79	52.725	56.309	59.522	63.38	68.274	71.957	75.208	78.334	81.546	85.078	89.338	95.476	100.75	105.47	111.14
80	53.54	57.153	60.391	64.278	69.207	72.915	76.188	79.334	82.566	86.12	90.405	96.578	101.88	106.63	112.33
81	54.357	57.998	61.262	65.176	70.14	73.874	77.168	80.334	83.586	87.161	91.472	97.68	103.01	107.78	113.51
82	55.174	58.845	62.132	66.076	71.074	74.833	78.148	81.334	84.606	88.202	92.538	98.78	104.14	108.94	114.69
83	55.993	59.692	63.004	66.976	72.008	75.792	79.128	82.334	85.626	89.243	93.604	99.88	105.27	110.09	115.88
84	56.813	60.54	63.876	67.876	72.943	76.751	80.108	83.334	86.646	90.284	94.669	100.98	106.39	111.24	117.06
85	57.634	61.389	64.749	68.777	73.878	77.71	81.089	84.334	87.665	91.325	95.734	102.08	107.52	112.39	118.24
86	58.456	62.239	65.623	69.679	74.813	78.67	82.069	85.334	88.685	92.365	96.799	103.18	108.65	113.54	119.41
87	59.279	63.089	66.498	70.581	75.749	79.63	83.05	86.334	89.704	93.405	97.863	104.28	109.77	114.69	120.59
88	60.103	63.941	67.373	71.484	76.685	80.59	84.031	87.334	90.723	94.445	98.927	105.37	110.9	115.84	121.77
89	60.928	64.793	68.249	72.387	77.622	81.55	85.012	88.334	91.742	95.484	99.991	106.47	112.02	116.99	122.94
90	61.754	65.647	69.126	73.291	78.558	82.511	85.993	89.334	92.761	96.524	101.05	107.57	113.15	118.14	124.12
91	62.581	66.501	70.003	74.196	79.496	83.472	86.974	90.334	93.78	97.563	102.12	108.66	114.27	119.28	125.29
92	63.409	67.356	70.882	75.1	80.433	84.433	87.955	91.334	94.799	98.602	103.18	109.76	115.39	120.43	126.46
93	64.238	68.211	71.76	76.006	81.371	85.394	88.936	92.334	95.818	99.641	104.24	110.85	116.51	121.57	127.63
94	65.068	69.068	72.64	76.912	82.309	86.356	89.917	93.334	96.836	100.68	105.3	111.94	117.63	122.72	128.8
95	65.898	69.925	73.52	77.818	83.248	87.317	90.899	94.334	97.855	101.72	106.36	113.04	118.75	123.86	129.97
96	66.73	70.783	74.401	78.725	84.187	88.279	91.881	95.334	98.873	102.76	107.43	114.13	119.87	125	131.14
97	67.562	71.642	75.282	79.633	85.126	89.241	92.862	96.334	99.892	103.79	108.49	115.22	120.99	126.14	132.31
98	68.396	72.501	76.164	80.541	86.065	90.204	93.844	97.334	100.91	104.83	109.55	116.32	122.11	127.28	133.48
99	69.23	73.361	77.046	81.449	87.005	91.166	94.826	98.334	101.93	105.87	110.61	117.41	123.23	128.42	134.64
100	70.065	74.222	77.929	82.358	87.945	92.129	95.808	99.334	102.95	106.91	111.67	118.5	124.34	129.56	135.81

### E.3 BIBLIOGRAPHIE SUR LE ONE-SHOT

[1] – ESA SP.144 (JANVIER 1980) : TEXTE DU COLLOQUE « EXPLOSIFS ET PYROTECHNIE – APPLICATIONS SPATIALES » ; TOULOUSE 23-25 OCTOBRE 1979 :

« METHODES STATISTIQUES UTILISABLES POUR DETERMINER LA SENSIBILITE DES DISPOSITIFS ELECTRO-PYROTECHNIQUES A DIVERSES EXCITATIONS D'ORIGINE ELECTRIQUE OU ELECTROMECHANIQUE (ETUDE COMPARATIVE DE QUELQUES TESTS STATISTIQUES : BRUCETON, PROBIT ET ONE-SHOT) »

PAR R. MALABIAU – GERPY/DCAN – TOULON

[2] – CONGRES « EUROPYRO 93 » ; 6-11 JUIN 1993 :

« EVALUATION DE LA FIABILITE DES COMPOSANTS MONOCOUP PAR LA METHODE ONE-SHOT », (DEMONSTRATION MATHEMATIQUE DE LA METHODE ONE-SHOT ET COMPARAISON AVEC LES METHODES BRUCETON ET PROBIT).

PAR MM. DELCELIER, DOUCHIN ET RASPAUD CNES-TOULOUSE

[3] – TECHNICAL REPORT U-1792, THIRD EDITION, AERONUTRONIC DIVISION OF FORD MOTOR COMPAGNY, NEWPORT BEACH, C.A. - 1965

« A RELIABILITY TEST METHOD FOR « ONE-SHOT » ITEMS »

BY H.J. LANGLIE